Capítulo 2
La revolución científica de Galileo y Newton

Sección 5. Cómo Galileo provocó la condena del modelo heliocéntrico

Hay científicos que son buenos en el diseño de teorías científicas; hay quienes son buenos en la acumulación de pacientes observaciones; hay quienes son buenos en la invención de tecnología necesaria para llevar a cabo experimentos; y hay quienes son buenos como empresarios, defendiendo sus derechos de inventor y vendiendo sus productos. Galileo (1564-1642) era bueno en las cuatro cosas y, por eso, se le llama 'el padre de la ciencia'. Por otro lado, creo que comparte este título con Kepler, como argumenté en la sección anterior. La razón por la cual no se suele darle a Kepler este crédito, es que su técnica publicitaria fue pésima, al esconder sus descubrimientos revolucionarios entre cientos de páginas de esoterismo pitagórico y autobiografía intelectual.

En cambio, Galileo era vanidoso y logró que se le atribuyan méritos propios y aún los que corresponden a otros. Se le atribuye el invento del telescopio, el cual, en realidad, fue inventado en 1608 por Johann Lippershey, unos años antes de que Galileo construyera una versión muy mejorada para mirar el cielo. Galileo no descubrió el modelo heliocéntrico y hasta 1610, ni siquiera lo defendía públicamente, enseñando más bien el modelo ptolomeico,[49] aunque confesó en privado a Kepler, en 1597, que era partidario del modelo heliocéntrico. Aún cuando por fin, en 1610, en *Sidereus Nuncius*, un panfleto de 24 páginas sobre las cuatro lunas de Júpiter, hizo un breve comentario en defensa del modelo de Copérnico, siguió apoyando hasta su muerte los círculos y epiciclos de Ptolomeo y Copérnico,[50] ignorando las elipses de Kepler. Tampoco fue Galileo quien descubrió las manchas solares, aunque él se adjudicó este descubrimiento, sino que fueron descubiertos por Thomas Harriott de Oxford, el P. Scheiner SJ de Ingolstadt, y Johann Fabricius de Wittenberg, independientemente uno de otros, y publicados por Scheiner y Fabricius, antes de que Galileo publicara en 1613 sus *Cartas sobre Manchas Solares,* en donde ventiló nuevamente un comentario breve a favor del modelo copernicano.

Desde mi punto de vista, el gran mérito de Galileo es el de haber fundado las bases de la ciencia moderna de la dinámica terrestre (por ejemplo, las rutas parabólicas de balas) y haber comprendido y explicado el movimiento inercial, cuya naturaleza se le eludía a Kepler, conocido como la 'teoría de la relatividad de Galileo'. La teoría de Aristóteles de que diferentes leyes naturales gobiernan los Cielos y la Tierra, implicaba el enunciado de que los Cielos son perfectos y los objetos celestiales inmaculados, no variables y moviéndose en formas geométricas perfectas, a saber, en círculos. Galileo refutó esta teoría publicando sus observaciones de 'imperfecciones' en la Luna, como montañas y cráteres; manchas solares en el Sol; una supernova (la de 1604) cuya luz primero aumenta y luego se apaga; y el hecho de que diferentes estrellas lejanas tenían distintos grados de brillo, de modo que algunos solamente se veían con el telescopio. Todo esto implicaba variación e 'imperfección' en la 'octava esfera'. Galileo dio el golpe mortal al moribundo modelo geocéntrico con un experimento

[49] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 367
[50] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 383

crucial, apoyándose en un telescopio por él construido, que aumentaba 60 veces las imágenes celestiales (contra solamente 10 veces el telescopio de Lippershey), comprobando que Venus tenía fases como las de la Luna, corroborando así la tesis de que Venus da vueltas alrededor del Sol y no alrededor de la Tierra.

Pero, no es en la teoría astronómica, sino en la dinámica terrestre que Galileo tiene más mérito. Refutó los principales enunciados físico-mecánicos de Aristóteles.

a) Recordemos que Aristóteles había sostenido que un objeto necesita que se le aplique una fuerza constante para que tenga una velocidad constante. Galileo sostuvo que una vez aplicada una fuerza inicial a un objeto, este sigue moviéndose con velocidad constante (si no hay fricción de una superficie o del aire), sin necesidad de seguirle aplicando fuerza adicional. Esta teoría del movimiento inercial había eludido a la comprensión no solo de Aristóteles, sino aún de Kepler.
b) Aristóteles sostuvo que un objeto en movimiento es movido por una sola fuerza. Galileo sostuvo que la trayectoria de un objeto en movimiento puede ser la resultante (el vector) de dos (o más) fuerzas aplicadas al objeto.
c) Aristóteles sostuvo que un objeto más pesado cae más rápidamente hacia la Tierra que un objeto más ligero. Galileo sostuvo, con base en experimentos con planos inclinados sobre los cuales dejaba rodar hacia abajo esferas de diferentes pesos, que en un vacío, todos los objetos están sujetas a la misma fuerza aceleradora y caerían en la superficie en el mismo instante si fueran soltados desde la misma altura. Aristóteles sostuvo, además, que es la forma de un objeto la que decide si se hunde en el agua o flota sobre ella y Galileo demostró, siguiendo los pasos de Arquímedes, que es el peso del objeto, relativo al peso del agua, lo que decide si se hunde o flota.
d) Lo más importante de todo es que Galileo refutó la noción errónea de Aristóteles y Regiomontanus, según la cual la Tierra no puede girar sobre su eje, porque, en tal caso, perdería, en la marcha, todos los objetos sueltos en su superficie. Con un experimento de pensamiento, Galileo demostró que, si tiramos hacia arriba un objeto en la cabina principal de un barco que avanza con velocidad constante, y se deja caer hasta el piso de la cabina, este objeto no cae atrás de la persona que lo tiró, sino cae en el mismo punto en donde está la persona y donde habría caído si el barco no estuviera avanzando en absoluto.

Estas ideas tienen consecuencias directas para la cosmología, que Galileo mismo no logró entender completamente. Los enunciados (a) y (b) dan la base para explicar por qué la Luna gira alrededor de la Tierra y no cae sobre ella. Es que la Luna se mueve debido a la energía cinética adquirida del impulso original que la empujó para rebasar la Tierra en línea recta; y la gravedad que la hace caer verticalmente hacia la Tierra. El resultante de estas dos cosas es el movimiento en forma de elipse alrededor de la Tierra. Sin embargo, ¡Galileo no sacó esta conclusión! Ni siquiera hace referencia, en su famosa obra, a los hallazgos de Kepler sobre las revoluciones de los planetas alrededor del Sol en forma elíptica. Si hubiera hecho más caso a Kepler (con quien estuvo en contacto epistolar y por intermediarios), tal vez habría explicado el enigma de las revoluciones de los objetos del sistema solar que él y Kepler describieron.

Galileo sí explicó la ruta parabólica de una bala que sale del cañón. Si bien Galileo acertó en refutar el enunciado aristotélico, no acertó del todo en la descripción de la ruta de la bala de cañón. Si la bala no entra en órbita alrededor de la Tierra, la ruta parabólica es una buena aproximación, pero si el cañón tirara con fuerza suficiente y la bala no regresara a la Tierra, aquella daría vueltas alrededor de ésta en la forma de una elipse, como dijo Kepler, y no de una parábola. Sería Newton quien explicaría todo esto más tarde.

El enunciado (d) se conoce como ***el principio de la relatividad de Galileo***, que sostiene que la acción física y las leyes de la física no distinguen un marco de referencia espacio-temporal que se mueve en el espacio uniformemente, de un marco de referencia en reposo o que se mueve con otra velocidad constante.[51] Galileo descubrió, en palabras de Penrose, que el espacio es relativo y que *"las leyes dinámicas son exactamente las mismas en cualquier marco de referencia con movimiento uniforme (...) [y] no hay diferencia alguna en la física de un estado de inercia y un estado de movimiento uniforme."*[52] Galileo aplicó este principio correctamente para explicar que las cosas sueltas en la superficie de la Tierra no se caen de ella cuando ésta gira alrededor de su eje. De la misma manera que en el barco de su experimento de pensamiento, así en la Tierra, todos los objetos, incluyendo las nubes, se mueven junto con la Tierra, en la misma dirección, como en un barco, de modo que se comportan como si la Tierra estuviera fija.

Galileo hizo pruebas para descubrir la velocidad de la luz, de la cual él creía correctamente que era finita, contra la opinión de Aristóteles que creía que era infinita, pero Galileo no tenía instrumentos suficientemente precisos para medirla. Sin embargo, Galileo creía, erróneamente, que el tiempo es absoluto. Una consecuencia de esta relatividad parcial (espacio relativo, tiempo absoluto) es que la velocidad total v_{tot} de un objeto que se mueve con velocidad constante v_1 con respecto a otro objeto que a su vez se mueve, en la misma dirección, con velocidad constante v_2 con respecto a un observador parado en Tierra, es igual, desde el punto de vista del observador, a la suma de las dos velocidades.[53]

Para velocidades mucho menores que la de la luz, la relatividad de Galileo es una excelente aproximación. Podemos pensar, por ejemplo, en la velocidad total de una pelota que un jinete tira hacia adelante desde su caballo en galope, o la velocidad de un proyectil lanzado desde un avión en pleno vuelo, si la medimos desde el punto de vista de un observador parado en Tierra.

Copérnico —sin querer— y Kepler y Galileo habían refutado la física y astronomía aristotélicas. Esto implicaba una revolución en la visión del Universo. Al principio, la Iglesia Católica —a diferencia de la Luterana que atacó el modelo copernicano desde un principio—, apoyaba activamente este cambio en la cosmovisión. Sin embargo, preso de cierto desorden narcisista, Galileo se burló arrogante y sarcásticamente, no solamente de sus adversarios, sino aún de sus mejores amigos en la Iglesia Católica, a saber, los astrónomos de la Compañía de Jesús y el mismo Papa y, por eso, perdió el apoyo moral de éstos. Según Koestler, *"Galileo tenía un talento especial de provocar rechazo."*[54] Aquí, desde luego, la estrategia publicitaria de Galileo le falló miserablemente y se volteó contra él. Vale la pena explicar esto con más detalle.

---

[51] Roger Penrose, *The Road to Reality* (2005): 385-387
[52] Roger Penrose, *The Road to Reality* (2005): 386
[53] Por lo tanto, $v_{tot} = v_1 + v_2$
[54] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 373

Ya vimos en la Sección 3 cómo las personas más cercanas al Papa trataban de persuadir a Copérnico a publicar su modelo heliocéntrico, entre las cuales destaca la carta de 1536 del Cardenal Schoenberg, hombre de confianza de tres Papas sucesivos, a saber, Leo X, Clemente VII y Paulo V. Posteriormente, el Concilio de Trento (1545-1563), que puso orden en la Iglesia Católica, con un afán especial de aclarar y definir la doctrina ortodoxa sin dejar lugar a duda, no dijo nada, en absoluto, contra el modelo heliocéntrico. Galileo mismo disfrutó el apoyo activo de Cardenales, jesuitas y del mismo Papa, Urbano VIII. Por ejemplo, cuando Galileo publicó en 1610 sus hallazgos sobre las lunas de Júpiter, sus colegas en Italia expresaron dudas si realmente vio estas lunas, o más bien manchas en su telescopio (así como tres siglos más tarde las señales de la Radiación Cósmica de Fondo fueron atribuidos, en primera instancia, aún por sus propios descubridores al excremento de palomas en el radio-telescopio). Sin embargo, Kepler, quien echó mano de un telescopio regalado por Galileo al Duque de Bavaria, replicó las observaciones de aquél y las publicó en este mismo año de 1610, en un *Informe sobre las Observación de Cuatro Satélites Errantes de Júpiter*. En este folleto acuñó el término 'satélite', hoy día en uso.

También el P. Clavius SJ y otros jesuitas astrónomos (Grienberger SJ, Van Maelcote SJ, Lembo SJ) en Roma replicaron las observaciones de Galileo de las lunas de Júpiter, y así disiparon las dudas al respecto. Clavius, además, no solamente confirmó, sino mejoró las observaciones de Galileo sobre las fases de Venus, que fueron decisivas para corroborar el modelo heliocéntrico. Cuando el Decano del Colegio de Cardenales, Cardenal Roberto Bellarmino SJ, pidió a los jesuitas del Colegio Romano su opinión sobre los nuevos descubrimientos, éstos los confirmaron unánimemente. Otros jesuitas también apoyaron a Galileo, a saber, Scheiner SJ en Ingolstadt, Lanz SJ en Munich y, en Viena, Guldin SJ, el amigo personal de Kepler y su protector eficaz para que no se le aplicara la expulsión de los Luteranos de Austria decretada por el emperador.

En 1610, Galileo fue nombrado por los Médicis como Matemático y Filósofo en Jefe de su reino, con sede en Florencia. Gracias al apoyo del Cardenal del Monte y los jesuitas del Colegio Romano, la visita que hizo Galileo a Roma, en 1611, fue triunfal. Fue elegido miembro honorario de la Academia dei Lincei, en un banquete en donde se acuñó por primera vez la palabra 'telescopio', y fue recibido por el Papa Paulo V en una audiencia privada y motivadora. Cuando Delle Colombe, el Presidente de la Liga de las Palomas, publicó en 1610 o 1611 un ensayo *Contra el Movimiento de la Tierra*, citando la Sagrada Escritura a favor de sus argumentos aristotélicos, Galileo pidió la opinión de su amigo el Cardenal Conti quien le dijo que "*el movimiento progresivo [i. e. anual] de la Tierra [alrededor del Sol] era admisible, pero su rotación diaria sobre su propio eje no parecía concordar con la Escritura, a no ser que ciertos pasajes no se tomen al pie de la letra, lo que representaría una interpretación que sería admisible solamente en el caso de que fuera necesario [por evidencia contundente].*"[55] Animado por esta exégesis, Galileo publicó en 1613 sus *Cartas sobre Manchas Solares*, con un comentario explícito, aunque breve, a favor del sistema heliocéntrico de Copérnico. En respuesta recibió cartas del Cardenal Carlos Boromeo, figura central en el Concilio de Trento y futuro santo, y del Cardenal Barberini, el futuro Papa Urbano VIII, ambas llenas de admiración. Cuando un monje dominico predicó en 1614 un sermón contra Copérnico y los 'matemáticos', Galileo se quejó con su Superior, Luigi Maraffi OP, el General de la Orden, quien ofreció a Galileo sus sinceras disculpas por "*las idioteces*" de algunos de sus hermanos en la Orden.

[55] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 438

Mientras la Iglesia Católica, en público y en privado, apoyaba y estimulaba a Galileo, el mundo académico se opuso. Galileo y el modelo heliocéntrico fueron atacados por *"los Aristotélicos en las Universidades."*[56] Por ejemplo, cuando la Universidad de Pisa nombró al Benedictino Castelli OSB —el fundador de la teoría moderna de hidrodinámica y otro defensor eclesiástico del modelo heliocéntrico— como Jefe del Departamento de Matemáticas, el Presidente de la Universidad, Arturo d' Elci, un aristotélico fanático, le prohibió enseñar el movimiento de la Tierra.

Uno podría pensar que no sería posible perder un apoyo eclesiástico tan masivo y unánime. Pensar esto sería subestimar el talento especial de Galileo para transformar a sus amigos en enemigos. En 1612, Scheiner SJ descubrió y publicó sus hallazgos sobre las manchas Solares. Mandó su publicación a Kepler y Galileo. El narcisismo de Galileo no soportó que otro pudiera ser el primero. Reclamó para sí mismo el descubrimiento, alegando que desde hace año y medio había ventilado sus hallazgos al respecto *"a muchos prelados y miembros de la nobleza en Roma"* sin decir quiénes.[57] Posteriormente afirmó, con falsedad, que "*fue dado a mí solo descubrir todos estos nuevos fenómenos en los cielos y a nadie más: esta es la verdad que ni la malicia ni la envidia pueden suprimir.*"[58] Es un indicador de la envidia de Galileo mismo que no solamente se apropió como suyo el descubrimiento de Scheiner, sino que empezó a atacarlo indirectamente, cosa que no pasó desapercibida por Scheiner.

En una comida en el Palacio de los Medicis, en 1613, la Gran Duquesa Cristina cuestionó al P. Castelli SJ sobre el movimiento de la Tierra, haciendo referencia a la Escritura, pero Castelli supo neutralizar los ataques, con argumentos teológicos y exegéticos. Cuando Galileo se enteró de esta charla, escribió impulsivamente un folleto *teológico* titulado *Carta a Castelli* que reeditó en forma amplificada un año después como *Carta a la Gran Duquesa Cristina.* La finalidad de estas *Cartas* era silenciar las objeciones teológicas contra Copérnico, pero su resultado fue exactamente lo contrario. Galileo distingue dos tipos de enunciados científicos, los que han sido corroborados y los que son meras hipótesis. De acuerdo con Cardenal Conti y la opinión teológica prevaleciente, Galileo sostuvo que si ciertos pasajes de la Escritura contradicen enunciados físicos corroborados, el significado de estos pasajes debe reinterpretarse. Con respecto a los enunciados meramente hipotéticos de la física, según Galileo, si entraban en conflicto con pasajes de la Escritura, les tocaba a los teólogos probar que eran falsos. Esta opinión era claramente una desviación de la opinión teológica prevaleciente, la cual sostenía más bien que en el caso de enunciados hipotéticos bastaba aclarar que eran hipótesis, dejando abierta la cuestión de su eventual verdad o falsedad. Además era de sentido común que no les tocaba a los teólogos comprobar que ciertas hipótesis físicas eran falsas, sino que les tocaba a los científicos corroborar o refutarlas. Luego, Galileo se puso a interpretar el famoso pasaje donde Josué dice *"Sol, párate"*, en el sentido que tanto el Sol como la Tierra se habían parados en seco. Galileo, que conocía las implicaciones del movimiento inercial, sabía que si la Tierra se hubiera parado de golpe, ahora sí, todo lo que no estaba muy fijo en la superficie se habría soltado.

El que Galileo publicó esta mezcla de aciertos y aberraciones físicas y teológicas, es un indicio del grado en que subestimaba la inteligencia de sus lectores y sobreestimaba a sí mismo. En efecto,

[56] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 433
[57] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 436
[58] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 436

un dominico del Convento de San Marcos, Lorini OP, y otro dominico de Florencia, Caccini OP aprovecharon el hecho de que Galileo se había metido en cuestiones teológicas, para denunciarlo, el primero por escrito y el segundo después, personalmente, ante la Inquisición. Lorini OP escribió al Cardenal Sfondrati, Consultor del Santo Oficio, que *"los Galileistas exponen la Sagrada Escritura según sus opiniones privadas y en una manera muy diferente de la interpretación común de los Padres de la Iglesia."*[59] Durante el proceso, Galileo estuvo en contacto epistolar con los Cardenales Dini y Ciàmpoli sobre el proceso. Este último le escribió, en febrero de 1615, de la opinión favorable del Cardenal Barberini, el futuro Papa Urbano VIII: "*Cardenal Barberini, el cual, como Usted sabe de experiencia, ha siempre admirado su valor, me dijo ... que con respecto a las opiniones de Usted, él quisiera ver más prudencia en el sentido de que no vaya Usted más allá de los argumentos usados por Ptolomeo y Copérnico y que no exceda los límites de la física y matemática, porque explicar las Escrituras es algo que los teólogos reclaman como su campo ...*"[60] Y el Cardenal Dini le escribió en marzo que *"uno puede escribir libremente [sobre el modelo de Copérnico] mientras no se mete en la sacristía."*[61]

En marzo de 1615, el carmelita Foscarini O. Carm. publicó un libro en defensa de Galileo y Copérnico, con interpretaciones de pasajes de la Escritura, del cual envió una copia al Cardenal Bellarmino SJ, Consultor del Santo Oficio (la Inquisición). Éste le contestó en abril de 1615, expresando su opinión que la hipótesis de Copérnico era superior a la de Ptolomeo, pero aconsejando prudencia en la interpretación de la Escritura. Los argumentos de la carta llaman la atención por su tono razonable y abierto:

> *"Decir que la hipótesis de que la Tierra se mueve y el Sol está quieto explica mejor todas las apariencias celestiales que [las] excentricidades y epiciclos [de Ptolomeo] es de excelente sentido común y no conlleva riesgo alguno. Esta manera de hablar es suficiente para un Matemático. Pero afirmar que [esta hipótesis] es la misma verdad (...) es una actitud peligrosa. (...) [Por otro lado], si hubiera prueba real que el Sol está en el centro del Universo, que la Tierra está en la tercera esfera, y que el Sol no gira alrededor de la Tierra, sino la Tierra alrededor del Sol, entonces tendríamos que proceder con mucha cautela cuando interpretamos pasajes de la Escritura que parecen enseñar lo contrario, y deberíamos decir más bien que no entendemos estos pasajes, antes de declarar que una opinión [científica] es falsa cuando ésta ha sido corroborada como verdadera. Pero, hasta ahora, no he recibido semejantes pruebas."*[62]

En noviembre de 1615, el Cardenal Sfondrati cerró el caso con el argumento de que algunas expresiones en la *Carta* eran poco adecuadas, pero que no había desviaciones de la fe católica. En noviembre de 1615, las denuncias contra las opiniones teológicas tempestivas e imprudentes de Galileo fueron desechadas y archivadas por el Santo Oficio. Este episodio de 1615 es un indicador del grado de apoyo que gozaba Galileo en las altas esferas de la Iglesia Católica, al grado de perdonarle a Galileo sus incursiones imprudentes en la teología.

Pero, Galileo, no contento con esta solución favorable, decidió ir a Roma con las "pruebas reales" que el Cardenal Bellarmino SJ había pedido. Nada menos que una capitulación pública del

[59] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 447
[60] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 452
[61] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 453
[62] Citado en Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 455

Santo Oficio satisfaría su narcisismo. La 'prueba científica' que Galileo llevaba es la siguiente. En 1619, Kepler había argumentado, en *Astronomía Nueva*, que la marea de los océanos era consecuencia de la atracción gravitacional de la Luna. Ya vimos que Kepler solía revolver su esoterismo pitagórico con teorías científicas revolucionarias y verdaderas y así se comprende que Galileo desechó la hipótesis correcta de Kepler como 'superstición astrológica', epíteto que se aplicaba a las especulaciones pitagóricas, pero no a la teoría científica de la marea. Galileo argumentó que la marea es consecuencia del doble movimiento de la Tierra, alrededor del Sol y girando sobre su eje, por lo cual la Tierra firme se mueve más rápidamente que el agua. Esta teoría absolutamente aberrante contradecía la propia teoría correcta de Galileo sobre la relatividad del movimiento en el espacio, y era una regresión al aristotelismo más burdo. Galileo sostuvo, además, que, en consecuencia, solamente había una marea diaria, exactamente a medio día, cuando todo el mundo sabía que había dos mareas diarias, con horario variable. Con base en esta 'prueba' Galleo exigía al Santo Oficio que aceptara el modelo de Copérnico, no como hipótesis, sino como verdad comprobada.

El Santo Oficio no estaba dispuesto a tanto y desechó correctamente el argumento de las mareas como una falacia, pero no condenó ninguna publicación de Galileo, sino que exigió que se implementaran algunas correcciones en el libro de Copérnico, antes de dar permiso para su re-edición, en el sentido de que el modelo de Copérnico era una hipótesis y no verdad corroborada. Recuerde el lector que el modelo de Copérnico, con sus círculos y epiciclos era física y geométricamente falso (véase sección 3). El modelo heliocéntrico correcto era el de Kepler, pero pocos lo conocieron, por las razones ya dichas.[63] De 1616 a 1620 se implementaron en la obra de Copérnico las correcciones que el Santo Oficio con justa razón había pedido. Cuando en 1620 se liberó el permiso de reeditar la obra, ni protestantes, ni católicos lo usaron por más de 300 años.... por la sencilla razón de que la obra presentaba, como ya se explicó,[64] una lectura tediosa, contradictoria e ininteligible.

Galileo obtuvo permiso personal de su amigo, el Papa Urbano VIII, sucesor del Paulo V, para seguir difundiendo sus ideas copernicanas como hipótesis, no como verdad corroborada. Pero, dando rienda suelta a su rasgo de narcisismo maligno, Galileo no descansó hasta que supo transformar a este amigo poderoso en enemigo. En su famosa obra de 1632 —escrita en italiano y titulada *Diálogo sobre los Dos Sistemas Principales del Mundo*—, puso burlonamente algunas opiniones de su amigo, el Papa Urbano VIII en la boca de Simplicio, el simplón que defiende el modelo geocéntrico contra Salviati, el sabio que expone el modelo heliocéntrico y que representa a Galileo. Los conservadores en la Curia, adversarios de Galileo, aprovechaban estas manifestaciones de su carácter "*arrogante*" y "*rebelde*"[65] para voltear al Papa contra él y lo lograron. En 1633, la Inquisición, con tres votos en contra, entre ellos del Cardenal Barberini, primo del Papa Urbano VIII, lo obligó a retractarse de su modelo heliocéntrico, por ser contrario a la Biblia donde ésta afirma que "*Dios fijó la Tierra sobre su fundamento, para quedar inamovible para siempre*". Galileo fue confinado a su casa por los siguientes nueve años de su vida, hasta su muerte.

---

[63] Sección 4

[64] Véase la Sección 3

[65] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989): 367-368, 373; John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998):49; Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 61; Rodney Stark, *For the Glory of God. How Monotheism Led to Reformations, Science, Witch-hunts and the End of Slavery* (2003): 164

Reproduzco la evaluación que hace Rodney Stark, sociólogo de la religión que no es católico, sobre el episodio Galileo: "[s]*i bien este episodio se presenta continuamente como una prueba principal contra la religión, ¿qué es lo que el asunto Galileo realmente revela? Ciertamente demuestra que organizaciones poderosas frecuentemente abusan de su poder. Pero también demuestra que Galileo no era nada más una víctima inocente: no solamente tentó su suerte sin necesidad, sino que también puso en entredicho, con ligereza, toda la empresa de la ciencia.*"[66]

Por otro lado, según Isaac Asimov, historiador de la ciencia que tampoco es católico, el confinamiento de Galileo no detuvo otras publicaciones científicas suyas ni la Revolución Científica. "*La oposición a la Revolución Científica, la cual había comenzado con Copérnico y había durado casi un siglo, estaba derrotada en el año del juicio de Galileo. La Revolución no solamente había persistido, sino había ganado la batalla.*"[67]

Hoy nos resulta bastante obvio, que el núcleo de la confusión, tanto de Galileo como del Santo Oficio, de 1613 a 1633, fue el no haber distinguido entre enunciados de la fe y enunciados científicos.[68] Galileo empezó con esta confusión de física y teología en su *Carta a Castelli* y *Carta a la Gran Duquesa Cristina*, provocando que el Santo Oficio abandonara su sana distinción entre física y teología y terminó haciendo lo mismo que Galileo. Según la exégesis moderna, el enunciado bíblico arriba citado —*Dios fijó la Tierra sobre su fundamento, para quedar inamovible para siempre*—, debe tomarse como un enunciado de fe en la providencia divina que le preparó al hombre un lugar donde vivir, no como un enunciado científico que favorece un modelo astronómico sobre otro. Y vice-versa, el enunciado sobre la Tierra que gira alrededor del Sol y sobre su propio eje, debe tomarse como un enunciado científico, que no contradice ni confirma el enunciado de la fe.

Sección 6 Cómo Newton revolucionó la física y la astrofísica

Isaac Newton (1642-1727), se percibía a sí mismo como 'filósofo natural', y aunque hoy día diríamos que era físico-matemático, es digno del nombre 'filósofo' porque sus hallazgos más importantes en el campo de la física, especialmente las tres leyes del movimiento y la unificación de la mecánica celeste y la mecánica terrestre por medio de la teoría de la gravedad universal, son fruto de pensar las cosas profunda y detenidamente, más que de virtuosidad matemática o creatividad experimental, las cuales también poseía.

Newton nació en Inglaterra, huérfano de padre, de una madre calculadora, que se llama Hannah Ayscough, la cual era de clase media. Cuando Isaac tenía tres años, su madre volvió a casarse con Barnabas Smith, un clérigo rico y ambos decidieron que el niño no podía quedarse con ellos, de modo que ella lo abandonó dejándolo al cuidado de su abuela, de quien Newton no guardó recuerdo afectivo alguno. Newton cultivaba, y —a la edad de unos 20 años— confesaba deseos de quemarlos vivos a su madre y padrastro. Estoy de acuerdo con algunos de sus biógrafos[69] que afirman que a los tres años se produjo un trauma de abandono afectivo:

---

[66] Rodney Stark, *For the Glory of God. How Monotheism Led to Reformations, Science, Witch-hunts and the End of Slavery* (2003): 165
[67] Isaac Asimow, *Asimov's Biograpical Enciclopedia of Science & Technology* (1982): 105
[68] Véase la Sección 21
[69] Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984) y Stephen Hawking, *The lllustrated On the Shoulders of Giants* (2004): 146-161

> *Según Westfall, "[l]a pérdida de su madre debe haber sido un evento traumático en la vida del niño de tres años, que ya era huérfano de padre. Había una abuela para reemplazarla, pero, es significativo que Newton nunca registró algún recuerdo afectivo de ella, en absoluto. Aún la muerte de ella pasó desapercibida [por él]. Newton era un hombre torturado, una personalidad muy neurótica quien siempre estuvo al borde de una quiebra nerviosa, especialmente en su edad media."*[70]
>
> *Y según Hawking, "[l]a sombra de este abandono, aunado a la tragedia de nunca haber conocido a su padre, torturaba a Newton para el resto de su vida (..). Así como sucedió en su edad adulta, la niñez de Newton estaba llena de episodios de ataques severos y vengativos, no solamente contra personas percibidas como enemigos sino también contra amigos y miembros de su familia."*[71]

Si los datos aportados por Westfall (1984), Hawking (2004) y Keynes (1989) se evalúan con el manual de diagnóstico psiquiátrico DSM-III, aparecen un desorden paranoico de la personalidad[72] y un desorden compulsivo-obsesivo de la personalidad.[73] Los aspectos del desorden paranoico que más se destacan en Newton son:

A. Suspicacia y desconfianza no provocada, indicada sobre todo por los puntos:
   (1) Vigilancia excesiva que se manifiesta en el hecho que toma precauciones innecesarias
   (2) Una tendencia de envolverse en secretos
   (3) Una tendencia de negar la propia responsabilidad cuando surgen problemas
B. Hipersensibilidad, indicada sobre todo por los puntos:
   (1) Rápidamente se siente ofendido
   (2) Disposición para contra-atacar cuando percibe una amenaza
   (3) Incapacidad para relajarse
C. Afectividad restringida, indicada por los siguientes puntos:
   (1) La persona tiene una apariencia de ser fría y no-emocional
   (2) La persona se enorgullece de ser siempre objetiva, racional, y no-emocional
   (3) La persona carece de un genuino sentido de humor
   (4) Ausencia de sentimientos pasivos, suaves y tiernos

Los aspectos del desorden compulsivo-obsesivo que más destacan en Newton son:

(1) Una capacidad restringida para expresar sentimientos cálidos y tiernos; la persona es exageradamente seria y formal.
(2) Perfeccionismo y preocupación excesiva con detalles triviales, reglas, orden, organización, esquemas y listas, de modo que a veces por los árboles no se ve el bosque.

---

[70] Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984): 53
[71] Stephen Hawking, *The lllustrated On the Shoulders of Giants* (2004): 149-150
[72] American Psychiatric Association, *DSM-III. Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (1981): 307-309
[73] American Psychiatric Association, *DSM-III. Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (1981): 326-328

(3) Una excesiva devoción al trabajo y la productividad, a costa de la capacidad de disfrutar de la vida y del valor de relaciones interpersonales.
(4) Indecisión: el proceso de toma de decisiones se pospone o se prolonga, por un temor desordenado de cometer un error.

Cabe preguntar si estos desórdenes *ayudaron* o *desayudaron* a Newton para su producción científica. La respuesta es que *ambas cosas*. El desorden compulsivo-obsesivo le ayudó, porque Newton era capaz de dejarse absorber por cuestiones científicas, olvidándose del placer de la comida, de la vida social, o de la relación con una mujer, lo que le permitió, siendo un genio, pensar las cosas hasta descubrir su secreto. Esto es lo que señala, acertadamente, Keynes, en su ensayo biográfico sobre Newton:

> *"El don peculiar de Newton era el poder de contener en su mente un problema mental, sin interrupción, hasta que lo había penetrado y comprendido. Me imagino que su pre-eminencia se debe al hecho de que su capacidad intuitiva ha sido la más grande y perseverante que jamás un ser humano haya poseído. (...) Yo creo que Newton podía contener un problema en su mente por horas, días y semanas hasta que éste le reveló su secreto. (...) Las pruebas, por lo que valen, se edificaron posteriormente [para fines de exposición], pero no eran el instrumento de descubrimiento."* [74]

Pero, del lado negativo vemos que con el mismo rasgo obsesivo perdió años de su vida dedicándose a cuestiones de alquimia y teología ariana, aunque él mismo creía que eran igualmente importantes. Su perfeccionismo fue causa de que casi no terminaba ni publicaba nada. Después de meses o años de estudio obsesivo de un tema, perdía el gusto en él, no publicaba nada y se dedicaba a otra cuestión.

El apoyo prudente, paciente y generoso —tanto económico, moral y social—, de Edmund Halley (1656-1742), astrónomo inglés, en las negociaciones y presentaciones con la *Royal Society of Sciences*, fue decisivo para que Newton escribiera y la *Royal Society of Sciences* publicara los *Principia*. Los detalles se pueden ver en Westfall[75] y solamente menciono algunos. En enero de 1684, Halley discutió con Wren y Hooke el problema de cuál sería la forma geométrica de la órbita de los planetas atraídos al Sol por fuerzas centrípetas si éstas son "*inversamente como los cuadrados de las distancias*". Poco después, Halley visitó a Newton y le planteó el problema y éste le respondió que ya había calculado que sería una elipse. Newton lo recordaba así: "*el Doctor [Halley] le preguntó qué pensaba [Newton] sobre la Curva descrita por las órbitas de los planetas si se supone que la fuerza de atracción hacia el Sol es recíproca al cuadrado de la distancia.*"[76] En efecto, Newton dio crédito a Wren, Hooke y Halley por la ley del inverso del cuadrado de la distancia[77] e invitado por Halley se puso a escribir un manuscrito, *De motu corporum in gyrum*, presentado por éste ante la Royal Society of Sciences en 1684, que fue un pre-ensayo de los *Principia*. Por otro lado, es obvio que más que Halley influyeron en el logro de los *Principia* el genio y la capacidad obsesiva de Newton:

---

[74] John Maynard Keynes, *The Collected Writings of John Maynard Keynes. Volume X. Essays in Biography* (1989): 365
[75] Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984): 402 ss.
[76] Citado en Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984): 403
[77] Isaac Newton, *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural. 1. Introducción y Libro I.* Edición Eloy Rada García (1998): 179, 181

"Halley no extrajo los Principia de Newton. Simplemente hizo una pregunta a Newton en un momento en que éste era receptivo para ella. El problema tomó posesión de Newton como ninguna cosa antes lo había hecho y Newton no se podía resistir ante su poder. (...) Al llegar al fondo del problema, Newton se separó virtualmente de la sociedad humana. De agosto de 1684 hasta la primavera de 1686, su vida se quedó virtualmente en blanco con excepción de los Principia."[78]

Veamos ahora la influencia positiva y negativa del desorden paranoico. En cuanto el efecto positivo, vemos en primer lugar su capacidad de estar solo, a partir de la soledad del esquizoide, y vivir en su propio mundo de problemas mentales, hasta resolverlos: *"Hasta la segunda etapa de su vida, Newton era un solitario absorto en y consagrado a sus estudios por medio de una intensa introspección con una perseverancia mental tal vez nunca igualada."*[79] A veces, también su hostilidad hacia ciertas personas le ayudó a tomar el camino acertado. Por ejemplo, su hostilidad hacia René Descartes (1596-1650), filósofo y matemático francés, lo motivó para postular en su *opus mágnum* una hipótesis contraria a la propuesta por Descartes, y resultó verdadera la de Newton. Descartes no aceptaba ni el vacío ni la acción física a distancia, sino, siguiendo a Kepler, atribuía las órbitas de los planetas a una especie de vórtices de una masa sutil que llenaba el espacio. Contra Descartes, Newton quiso comprobar que sí existen el vacío y la acción gravitacional a distancia, sin diferencia de tiempo entre causa y efecto, atribuyendo el transporte de esta fuerza a la providencia divina.

También podemos constatar un efecto positivo en su relación con Robert Hooke. Éste presumía haber sugerido a Newton que el movimiento orbital de un planeta es un compuesto de la inercia lineal y una fuerza centrípeta[80] y acusaba a Newton de plagio. Sin negar que la autoría intelectual de este *concepto* corresponda a Hooke, Newton logró darle al concepto una forma matemática que aquel, no muy versado en cuestiones matemáticas, ni siquiera pudo comprender. Comenta Hawking: *"Como era su deseo, Newton no tenía rival en el campo de la ciencia."*[81]. Este afán de opacar a Hooke tuvo, entonces, un efecto positivo, a saber un discurso físico-matemático de altura.

Pero, por el lado negativo vemos que Newton, por estar resentido con Hooke, no quiso publicar su *Óptica* sino hasta después de la muerte de éste, en 1703, ni tampoco su *Sobre el Sistema del Mundo*, el tercer y más importante libro de *Principios Matemáticos*. Por suerte, Halley logró persuadirlo que sí lo publicara,[82] pagando la edición de su propia bolsa. Su miedo a la crítica le motivó a no usar ni publicar oportunamente el método de cálculo diferencial, por él hallado. Hacia el año de 1666, Newton había hecho grandes avances en la solución de problemas matemáticos de curvatura (los diferenciales, llamados 'fluxiones' por Newton), pero motivado por su tendencia al secreto y sensibilidad a la crítica, no publicaba sus hallazgos ni los usaba en su obra maestra. Newton había intercambiado algunas cartas con Leibniz, sobre este cálculo fluxional. En 1699,

[78] Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984): 405
[79] John M. Keynes, *The Collected Writings of John Maynard Keynes. Volume X. Essays in Biography* (1989): 364
[80] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 172
[81] Stephen Hawking, *The lllustrated On the Shoulders of Giants* (2004): 160
[82] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 175

Nicolás Fatio de Dullier, un matemático suizo quien quiso engraciarse con Newton para recibir el encargo de preparar la segunda edición de los *Principia,* publicó *Lineae brevissimi descensus investigatio geométrica* acusando a Leibniz de haber plagiado a Newton. Este fue el inicio de un conflicto entre Newton y Leibniz sobre la autoría intelectual de este método matemático, cuando en realidad ambos habían hecho este descubrimiento, cada uno a su manera. Este conflicto fue particularmente amargo, duró muchos años aún cuando Newton era presidente de la *Royal Society of Sciences* y lo desgastó notablemente.

Keynes señala estos efectos negativos: *"Sus instintos más profundos eran ocultos, esotéricos, semánticos –con una profunda tendencia a retraerse del mundo, un miedo paralizante a exponer sus pensamientos, sus creencias y sus descubrimientos en toda su desnudez ante la inspección y crítica del mundo. '[Newton es] del carácter más temeroso, precavido y suspicaz que jamás he conocido' decía Whiston, su sucesor en la Cátedra Lucasiana."*[83]

Si tomamos en cuenta los efectos positivos acumulados, nos damos cuenta que Newton, para dar a la humanidad los fundamentos de la dinámica clásica y la ley de gravitación universal, tuvo que pagar el precio de un sufrimiento profundo y una gran soledad, generados por un abandono afectivo con sus consecuentes desórdenes. Esto lo hace merecedor de un profundo respeto, al saber que Newton, quien rechazaba las creencias trinitarias, vivió en los hechos el misterio cristiano de cruz y victoria en un grado heroico.

A continuación analizaré algunos contenidos de los *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, la obra maestra de Newton publicada en 1687. La obra entera consiste de comentarios, a veces también llamados corolarios o también escolios, sobre 193 proposiciones (98 del libro I; 53 del libro II; y 42 del libro III), sin contar las numerosas definiciones, lemas y reglas. El libro I trata del movimiento de cuerpos que son atraídos por una fuerza centrípeta y no hallan resistencia en el medio por donde se mueven; el libro II trata de los que sí hallan esta resistencia; y el libro III aplica los hallazgos del libro I a la dinámica del sistema Solar, identificando, en este caso, la fuerza centrípeta como la fuerza gravitacional.

La mecánica celeste de Newton se lleva a cabo en un sistema de coordenadas absoluto. Newton echó marcha atrás con respecto a la relatividad de Galileo. Tachó, literalmente, el principio de la relatividad de su obra manuscrita y de su teoría. Inicialmente Newton era tan relativista como Galileo mismo. Esto se desprende del hecho de que en la formulación original de sus leyes de movimiento, él afirmó explícitamente el principio de la relatividad de Galileo como una ley fundamental. Originalmente propuso cinco o seis leyes, de las cuales la cuarta era el principio de la relatividad de Galileo, pero después las simplificó, para llegar a las tres leyes de movimiento que hoy conocemos. Según Penrose, Newton, "*con el fin de hacer más preciso el marco de referencia para sus leyes, se vio obligado a adoptar un 'espacio absoluto', en relación al cual sus movimientos habían de describirse*".[84] En la versión publicada de los *Principia Mathematica*, Newton rechaza la noción 'vulgar' del tiempo y el espacio relativos y los define como absolutos:

---

[83] John M. Keynes, *The Collected Writings of John Maynard Keynes. Volume X. Essays in Biography* (1989): 364
[84] Roger Penrose, *The Road to Reality* (2005): 388

> *"El **tiempo absoluto**, verdadero y matemático en sí y por su naturaleza y sin relación a algo externo, fluye uniformemente y por otro nombre se llama duración; el relativo, aparente y vulgar es una medida sensible y externa de cualquier duración (...). El **espacio absoluto**, por su naturaleza, y sin relación a cualquier cosa externa, siempre permanece igual e inmóvil; el relativo es cualquier cantidad o dimensión variable de este espacio (...) que el vulgo toma por el espacio inmóvil".*[85]

El libro I empieza con las tres leyes de movimiento, fruto de la reflexión larga y profunda de Newton sobre las ideas y observaciones de Galileo. La *primera ley de movimiento de Newton* sostiene que un objeto en estado de inercia o movimiento rectilíneo y uniforme permanecerá así, mientras no se le aplique una fuerza continua: *"Ley Primera. Todo cuerpo persevera en un estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado."*[86] Hoy conocemos esta ley como la ley de la conservación del momento lineal, según la cual *la cantidad total de movimiento o momento lineal de un cuerpo es constante, cuando la fuerza externa que se le aplica es cero*.

La *segunda ley de movimiento* es un axioma, no deducible de otros enunciados y es fundamental en la física. Según esta ley, si se aplica a un objeto en movimiento rectilíneo y uniforme o reposo una fuerza $\overline{F}$, el objeto se acelera y el cambio de movimiento o aceleración a es proporcional a la fuerza neta aplicada a éste: *"Ley segunda. El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de lo cual aquella fuerza se imprime."*[87] Cuando Newton, más adelante, identifica la fuerza gravitacional como una fuerza centrípeta, afirma que esta fuerza "*es proporcional a la cantidad de materia existente*" del cuerpo (proposición VII del libro III). Dado que la fuerza gravitacional es una fuerza aceleradora, hemos de integrar la masa m del cuerpo en la ecuación física-matemática, para indicar que la aceleración no solamente es directamente proporcional a la fuerza impresa, sino también inversamente proporcional a la masa del cuerpo. Newton evitaba las ecuaciones físico-matemáticas y, en efecto, esta ecuación no se encuentra como tal en su obra.

CUADRO MATEMÁTICO 6.1 Las tres leyes de movimiento de Newton

La *segunda ley de movimiento de Newton* es un axioma:

$$(1) \quad a = \frac{\overline{F}}{m} \quad \Rightarrow$$

$$(2) \quad \overline{F} = ma$$

La ecuación de la *primera ley de movimiento de Newto*n, como hoy día se conoce, se deduce de la segunda, dada la condición inicial de una aceleración cero y dice que el momento lineal o la velocidad inercial es constante.

---

[85] Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1998): 127
[86] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (1998): 135
[87] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (1998): 136

(3) si $\overline{F} = ma = m\dot{\overline{v}} = m\frac{d\overline{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\overline{v}}{dt} = 0 \Rightarrow m\overline{v} = k$

en donde $\overline{F}$ es la fuerza; m es la masa del cuerpo; $\overline{v}$ la velocidad; $a = \dot{\overline{v}}$ la aceleración (la derivada de la velocidad); y k es una constante. La *tercera ley de movimiento de Newton* también se deduce de la segunda:[88]

(4) $\overline{F}_{(A,B)} = ma = -\overline{F}_{(B,A)} = -ma$

En el Apéndice II se analiza el sistema de la mecánica clásica en el cual están insertadas estas tres leyes de movimiento de Newton.

La tercera ley de movimiento de Newton sostiene que para cada acción existe una reacción igual y en dirección opuesta a esta acción:"*Ley tercera. Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria, o sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas*."[89] Si un cuerpo en movimiento uniforme choca frontalmente con otro cuerpo en reposo —por ejemplo, en el caso de dos bolas con idéntica masa en un juego de billar—, los dos se aceleran, pero de tal manera, que el primero sufre una aceleración negativa (se para) y el segundo una aceleración positiva (empieza a moverse), es decir, acción es reacción.

Si el objeto A aplica una fuerza sobre el objeto B, entonces, el objeto B aplica una fuerza igual pero opuesta al objeto A. El caballo aplica una fuerza sobre la carreta hacia delante y la carreta aplica una fuerza igual al caballo, hacia atrás. Uno podría preguntar, ¿cómo es, entonces, que se mueve la carreta? Es una buena pregunta, porque, efectivamente, si el caballo y la carreta se encontraran flotando en el vacío del Universo, ¡caballo y carreta no avanzarían ni un centímetro, por más que el caballo jalara la carreta! Lo que, en la Tierra, es causa de que el caballo y la carreta avanzan, es el hecho de que los pies del caballo empujan contra la Tierra y no se resbalan, y es la reacción de la Tierra contra el caballo lo que hace mover al caballo y la carreta. En cambio, si en el mismo vacío del Universo, el caballo diera una patada contra la carreta, ambos se alejarían viajando en dirección opuesta con velocidad constante para siempre (acción es reacción).

Veamos ahora los elementos de la famosa *ley de la gravitación universal*, tal como se encuentran en la obra de Newton. Según una anécdota, que no viene en *Principios Matemáticos*, pero fue narrada por Newton a su primer biógrafo, Stukeley —contribuyendo a su propio mito—, a Newton "se le cayó el veinte" con respecto a la gravedad cuando una manzana al caer de un árbol le golpeó la cabeza. Independientemente de esta anécdota dudosa, creo que la idea genial de Newton ***no*** es que en la Tierra las cosas caen hacia el centro de la Tierra por la gravedad. Esta idea aristotélica, de que todas las cosas caen hacia el centro de la Tierra, fue precisamente la base de la teoría errónea de que el centro de la Tierra es el centro del Universo y que la dinámica celestial y la dinámica terrestre obedecen a diferentes leyes. Lo genial de Newton (y antes de Kepler) no consiste tanto en darse cuenta de que la manzana cae hacia la Tierra *sino que la Tierra cae también hacia la manzana y que la dinámica terrestre y celestial obedecen a las mismas leyes físicas*. Lo que es válido para la manzana y la Tierra es válido también para los cuerpos celestiales.

[88] Véase el apéndice II
[89] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (1998): 136

Esta idea, aplicada por Newton al sistema solar en el caso de la Luna y la Tierra; las lunas de Júpiter y Júpiter; y los planetas y el Sol, la expresan los sucesivos intérpretes de Newton como la *ley de gravitación universal* la cual sostiene que cada objeto con masa atrae cualquier otro objeto con masa en el Universo con una fuerza proporcional al producto de las dos masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

CUADRO MATEMÁTICO 6.2 La ley gravitacional de Newton

Hoy día, *la ley gravitacional universal* de Newton se expresa en la siguiente ecuación física-matemática;

$$(5)\quad \overline{F} = \frac{-GMm}{r^2}\hat{r}$$

en donde $\overline{F}$ es la fuerza gravitacional ejercida, G es la constante gravitacional, M la masa del cuerpo mayor, m la masa del cuerpo menor, r la distancia entre los centros de ambos cuerpos y $\hat{r}$ un vector unitario en la misma dirección que la fuerza.

Consideremos ahora del libro III de *Principios Matemáticos* la parte que atañe la ley de la gravitación universal. Newton empieza el libro III recordando *la tercera ley de Kepler* (en los 'fenómenos' I a IV) y *la segunda ley de Kepler* (en los 'fenómenos' V y VI), para diferentes casos del sistema Solar. Reproduzco solamente los 'fenómenos' IV y V sobre las órbitas de los planetas alrededor del Sol:

> *"Fenómeno IV. Supuestas en reposo las estrellas fijas, los tiempos periódicos de los cinco planetas primarios [Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno] y (...) de la Tierra en torno al Sol están en razón de la potencia 3/2 de las distancias medias al Sol."*[90].

> *"Fenómeno V. Los planetas primarios [y la Tierra] (...) con radios trazados al Sol, describen áreas proporcionales a los tiempos."*[91]

En seguida, Newton, siguiendo el método de la *"inducción a partir de los fenómenos"* (Libro III, Regla IV)[92] formula una proposición o ley universal, a saber, que *la fuerza gravitacional es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de dos cuerpos*. Esta tesis era muy conocida en aquel entonces y discutida en *"cafeterías de Londres y otros círculos intelectuales."*[93] Por ejemplo, fue discutida, en 1684, por científicos del *Royal Society of Sciences*, a saber, Robert Hooke, Edmond Halley y Cristopher Wren, lo que fue ocasión para Halley, de transmitir a Newton la convocatoria hecha por Wren para deducir con principios de dinámica cuál es la órbita de un cuerpo sujeto a una fuerza centrípeta proporcional a la inversa del cuadrado de la distancia. Newton dedujo que se trata de un corte de un cono, lo que en el caso de un planeta resultaría en un corte no perpendicular sobre el eje del cono, es decir, una elipse y no un círculo, como ya había observado Kepler en su primera ley.

---
[90] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 622, tercera ley de Kepler
[91] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 624, segunda ley de Kepler
[92] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 618
[93] Stephen Hawking, *The lllustrated On the Shoulders of Giants* (2004): 155

En la sección III del libro I, Newton comprueba que *"la fuerza centrípeta es inversamente como el cuadrado de la distancia"*, tanto en el caso de órbitas elípticas, como hiperbólicas y parabólicas[94] y, por lo tanto, en general (libro I, proposición XIV). [95] En el libro III, cuyo tema es la dinámica del sistema Solar, *Newton identifica esta fuerza centrípeta "por la que los cuerpos celestes son retenidos en sus órbitas" como "la gravedad"*[96] y en las proposiciones I, II y III del libro III, Newton formula esta ley tres veces, primero para el caso de las lunas de Júpiter, luego para los planetas que giran alrededor del Sol, y por fin para la Luna y la Tierra. Reproduzco solamente la proposición sobre los planetas y el Sol:

> *"Proposición II. Las fuerzas por las cuales los planetas primarios son continuamente desviados de movimientos rectilíneos y retenidos en sus órbitas, se dirigen hacia el Sol y son inversamente como los cuadrados de las distancias al centro del mismo."* [97]

En las proposiciones IV y V, afirma que la Luna, y las lunas de Júpiter, son retenidas en sus órbitas alrededor de la Tierra y de Júpiter, respectivamente, por la fuerza de la gravedad.

En las proposiciones VI y VII, Newton formula el segundo elemento de lo que hoy conocemos como la ley gravitación universal. Comenta la correlación entre la fuerza gravitacional o 'peso' y la 'cantidad de materia' de los cuerpos que giran alrededor de otro cuerpo. Estamos hablando de la proporcionalidad de la fuerza gravitacional $\overline{F}$ con respecto a la masa m:

> *"Proposición VI. Todos los cuerpos gravitan hacia cada planeta y sus pesos hacia un mismo planeta, a iguales distancias del centro del planeta, son proporcionales a la cantidad de materia existente en cada uno."* [98]

> *"Proposición VII. La gravedad ocurre en todos los cuerpos y es proporcional a la cantidad de materia existente en cada uno."* [99]

Lo que Newton afirma en esta proposición es que la fuerza gravitacional (=peso) con que diferentes objetos, que se encuentran a una misma distancia de un planeta, son atraídos hacia el planeta, es variable y proporcional a la masa variable de estos diferentes objetos. En seguida, Newton comenta que la gravedad (o peso) de un cuerpo entero es igual a la suma de los pesos de las partes constituyentes de este cuerpo, y análogamente, la gravedad o peso de un conjunto de planetas equivale la suma de los pesos de cada uno de estos planetas, porque *"la gravedad hacia todo el planeta surge y se compone de la gravedad de cada parte* [y] *la fuerza del todo deberá originarse de las fuerzas de las partes componentes."*[100]

En un sistema de dos cuerpos, se trata de una atracción mutua. Newton apela a la tercera ley de movimiento para afirmar que en tal sistema, *"dado que todas las partes de un planeta A gravitan*

[94] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (1998): 196, 199, 201, respectivamente
[95] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (1998): 202
[96] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 631
[97] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 625
[98] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 631
[99] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 635
[100] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 636

hacia otro planeta B (...) y para toda acción haya igual reacción (por la tercera ley del movimiento), el planeta B gravitará a la inversa hacia todas las partes del planeta A."[101] Lo que Newton afirma de dos planetas, por deducción lógica se puede afirmar de cualquier sistema de dos cuerpos, por ejemplo, el Sol y un planeta, o un planeta y su luna.

Más adelante, en la proposición VIII, Newton retoma este axioma, ampliándolo para abarcar el caso de dos *conjuntos* de cuerpos llamados *globos* por Newton: *"Proposición VIII. Si la materia de dos globos que gravitan entre si es homogénea en todos los lugares que equidistan de los centros por todos los lados, el peso de cada uno de ellos hacia el otro será inversamente como el cuadrado de la distancia entre los centros*."[102]

En las proposiciones IX a XII, Newton establece que el Sol *"jamás se aleja mucho del centro común de gravedad"* del sistema solar (proposición XII)[103], el cual siempre "*está en reposo*" (proposición XI, *ibidem*), mientras *"el movimiento de los planetas en los cielos puede conservarse por mucho tiempo"* (proposición X).[104]

En la proposición XIII, integra la primera y la segunda ley de Kepler en una sola: *"Proposición XIII. Los planetas se mueven en elipses que tienen un foco en el centro del Sol y con radios trazados a dicho centro describen áreas proporcionales a los tiempos*."[105]

El lo que resta del libro III, Newton calcula algunas excentricidades de las órbitas elípticas de los planetas alrededor del Sol y de las lunas alrededor de sus respectivos planetas (proposiciones XIV a XXXIX) y explica la marea del mar en la Tierra a partir de la fuerza gravitacional del Sol y de la Luna (XXIV, XXXVI y XXXVII) y, por fin, explica las trayectorias parabólicas de los cometas (XLI y XLII).

El lector ha podido constatar que en las proposiciones I a VIII, Newton ha expresado *dos elementos fundamentales de lo que hoy se conoce como la ley de la gravitación universal*. El *primer elemento es la afirmación de que la fuerza gravitacional es proporcional a la inversa del cuadrado de la distancia*. El *segundo elemento* de la ley gravitacional universal que encontramos en el libro III es *la proporcionalidad de la fuerza gravitacional con la 'cantidad de materia'*, hoy conocida como 'masa' m, que puede ser la masa de la manzana que cae hacia la Tierra, o la masa de la Tierra que gira alrededor del Sol. De estos dos elementos se puede deducir la ecuación de la ley de gravitación universal para dos cuerpos, pero *tanto este razonamiento como la misma ley quedan implícitos en la obra de Newton*. La aversión de Newton al uso de ecuaciones algebraicas con símbolos que representan fenómenos físicos y su afán descriptivo le impidieron derivar estas ecuaciones en forma algebraica.

Los autores modernos hacen explicito este razonamiento y esta ley de la gravitación universal, a veces pensando que así la formuló Newton, a veces conscientes de que esto no es el caso. Por ejemplo, en su historia de la física moderna, Holton y Roller interpretan lo dicho por Newton de esta manera: *"Newton decidió que la fuerza gravitacional entre dos cuerpos que se atraen, debía ser proporcional a la masa de cada uno de ellos. Así, la fuerza gravitatoria sobre la manzana debida a la Tierra*

[101] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 635
[102] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 636
[103] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 641
[104] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 639
[105] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada (2002): 642

es proporcional a la masa de la manzana ($\overline{F}_g \propto m_M$) y también a la masa de la Tierra ($\overline{F}_g \propto m_E$). Reuniendo estas dos proporcionalidades, obtenemos $\overline{F}_g \propto m_A m_E$."[106] Otros autores hacen la misma interpretación, por ejemplo, Marion & Thornton, Strathern, Harper, Asimov y Guicciardini, como veremos a continuación.

CUADRO MATEMÁTICO 6.3 La ley de gravitación universal tal como se encuentra en la obra de Newton

En la obra de Newton no encontramos la ecuación de la ley de gravitación universal, como hoy la conocemos, sino únicamente algunos elementos de esta ley:

(6) $\overline{F}_g \propto \dfrac{1}{r^2}$ y

(7) $\overline{F}_g \propto m$

y si combinamos (6) y (7), obtenemos:

(8) $\overline{F}_g \propto \dfrac{m}{r^2}$

Dado que la proporcionalidad $\propto$ se puede sustituir por una igualdad con una constante relacionada con la masa del cuerpo superior, por ejemplo K_S, obtenemos la ecuación de la ley gravitacional universal. implícita en la obra de Newton:

(9) $\overline{F}_g = K_S \dfrac{m}{r^2}$

Ahora bien, en un sistema de dos cuerpos la atracción gravitacional es mutua, de modo que también el cuerpo mayor es atraído hacia el centro de masas del sistema de dos cuerpos. La fuerza gravitacional con que el cuerpo mayor con masa M es atraído al centro de masas del sistema de dos cuerpos implica una constante relacionada con la masa del cuerpo menor, a saber, K_P:

(10) $\overline{F}_g = K_P \dfrac{M}{r^2}$

En este contexto, Newton hace referencia a la tercera ley del movimiento, que *"para toda acción haya igual reacción"*[107] Siguiendo la sugerencia de Newton, con base en la ecuación (4) igualamos la ecuación (9) y la (10) y obtenemos la (11):

(11) $K_S m = K_P M \Rightarrow \dfrac{K_S}{M} = \dfrac{K_P}{m} = K_G \Rightarrow K_S = K_G M$

Si sustituimos (11) en (9), *obtenemos una aproximación a la ley gravitacional universal, incluyendo una constante gravitacional K_G y la proporcionalidad al producto de las masas Mm:*

(12) $F_g \cong \dfrac{K_G Mm}{r^2}$

---

[106] Gerald Holton & Duane Roller, *Fundamentos de la física moderna. Introducción histórico-filosófica al estudio de la física* (1963): 194-195

[107] Isaac Newton, *Principios Matemáticos*, edición Eloy Rada, libro 3 (2002): 635

Dado que K_G se puede sustituir por la constante gravitacional G, obtenemos la ley gravitacional universal:[108]

$$(13)\ \overline{F}_g = G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

En las palabras de Marion y Thornton: "*cada partícula de masa atrae cualquier otra partícula en el Universo con una fuerza que varía directamente como el producto de las dos masas e inversamente como el cuadrado de la distancia entre ellas.*"[109].

Strathern comenta que: "*Newton … demostró que esta fuerza era directamente proporcional al producto de sus dos masas.*"[110]

Harper afirma: *"Newton acude a teoremas sobre la atracción hacia esferas para extender sus conclusiones sobre gravedad hacia cuerpos que se aproximan a globos ... homogéneos. La atracción entre estos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente, al cuadrado de la distancia entre sus centros.*"[111].

Asimov afirma: "*Newton demostró que la fuerza gravitacional entre la Tierra y la Luna ... era directamente proporcional al producto de las masas de los dos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros.*"[112]

Y Guicciardini: "*Es en el tercer libro que Newton desarrolla su teoría de la gravitación universal: dos masas se atraen mutuamente con una fuerza proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre estas masas.*"[113]

Otros autores se abstienen de hacer esta interpretación y se limitan a reproducir lo dicho por Newton, por ejemplo Sánchez Ron.[114]

Surge la pregunta *¿quién, por primera vez, haya formulado la ecuación de la ley de gravitación universal, tal como la conocemos hoy, en forma algebraica?* Los físico-matemáticos que desarrollaron en la primera mitad del siglo XVIII el cálculo diferencial e integral, hasta la obra de Euler inclusive, no explicitaron la constante de la cuantía de la masa de los objetos involucrados en la mecánica y dinámica celestiales: *"En la literatura [físico-matemática] de este período, no se expresaba explícitamente el término de la masa constante.*"[115] La primera obra en la cual yo encontré el producto de

[108] Gerald Holton & Duane Roller, *Fundamentos de la física moderna. Introducción histórico-filosófica al estudio de la física* (1963): 195
[109] Jerry Marion & Stephen Thorton, *Classical Dynamics of Particles & Systems* (1988): 157
[110] Paul Strathern, *Newton y la gravedad* (1999): 47
[111] William Harper, "Newton's argument for universal gravitation," en Bernard Cohen & George Smith, *The Cambridge Companion to Newton* (2002): 193
[112] Isaac Asimow, *Asimov's Biograpical Enciclopedia of Science & Technology* (1982): 152
[113] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 90
[114] José Manuel Sánchez Ron, *El jardín de Newton. La ciencia a través de su historia* (2002): 72
[115] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 203

masas $M_{SOL} * m_{PLANETA}$ explícitamente es la de Pierre Simon Laplace (1749-1827), físico-matemático francés. Laplace publicó su *Traité du Mécanique Céleste* en cinco volúmenes, de 1799 a 1825 refundando definitivamente la mecánica y dinámica celestiales en el cálculo diferencial e integral, por la cual se le conoce como el *Newton francés*. Sin embargo, omite toda referencia a la obra de Newton. En la ecuación Laplaciana de lo que hay llamaríamos la energía gravitacional potencial encontramos este término $M_{SOL}\, m_{PLANETA}$.[116]

Como toda comunidad humana, también la comunidad académica acude a la creación de *mitos fundacionales* para perpetuarse. Así, la obra maestra de Newton ha alcanzado un status mitológico. Pero, el hecho es que no encontramos en la obra de Newton la famosa ley de la gravitación universal en forma completa y explícita. Como acabo de demostrar, solamente encontramos en su obra elementos verbales de esta ley que, al combinarse y expresarse en forma algebraica, producen *una aproximación* a ella.[117] Newton no menciona explícitamente el producto de masas Mm, ni identifica la constante gravitacional G como tal, ni mucho menos estima su valor.

Una buena aproximación del valor de esta constante fue descubierta experimentalmente, en 1798, por Henry Cavendish (1731-1810), quien tenía los mismos desórdenes de carácter que Newton padecía, por ejemplo miedo a las mujeres, tendencia paranoica al secreto que le impedía publicar la mayor parte de sus hallazgos (fue Maxwell quien publicó sus manuscritos sobre electromagnetismo un siglo después) y una dedicación obsesiva a la ciencia. En su experimento, Cavendish usó la ecuación de la gravitación universal que hoy se publica en los libros de texto (la ecuación 13). *Consta, entonces, tanto por Laplace como por Cavendish, que a fines del siglo XVIII la ecuación como hoy la conocemos ya estaba en uso en la comunidad académica*. Cavendish diseñó un experimento en donde la fuerza gravitacional F_g, la masa de dos objetos m_1 y m_2, y la distancia entre los centros de ambos r, eran conocidos, lo que le permitió calcular el valor de la constante gravitacional G. Colgada de un alambre, suspendió una barra, capaz de girar en el plano perpendicular sobre el alambre. En las extremidades de la barra se encontraban dos pequeñas pelotas de plomo. Al acercar dos pelotas de plomo grandes a las respectivas pelotas pequeñas, en los lados opuestos de la barra, ésta giraba, lo que le permitía a Cavendish conocer la fuerza gravitacional ejercida. Conociendo de esta manera el valor de la constante gravitacional, Cavendish usó en seguida la ecuación de la gravitación universal (la 13) para calcular la masa de la Tierra, dado que ya se tenían buenas estimaciones de la distancia del Sol a la Tierra y de la masa del Sol. Calculó la masa de la Tierra en $6.6 * 10^{24}$ kilogramos, lo que representa una excelente aproximación, dado que esta masa es $m = 5.974 * 10^{24}$ kilogramos.

Otra parte del mismo mito fundacional sobre Newton es la creencia de que Newton haya comprobado que un cuerpo atraído por una fuerza proporcional a la inversa del cuadrado de la distancia, produce una órbita idéntica a una sección cónica (círculo, elipse, hipérbola o parábola). Esta creencia lleva implícita dos afirmaciones: en primer lugar, la afirmación de que se necesita la ecuación exac-

[116] Pierre Simon Laplace, *Traité de mécanique céleste* (1965): 128

[117] A saber $F_g = K_S \frac{m}{r^2}$.

ta de la ley de gravitación universal, para deducir la órbita de la sección cónica; y la segunda afirmación, que Newton, en efecto, comprueba en los *Principia* que una fuerza centrípeta, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, produce una órbita cónica.

Pero, los hechos son diferentes: en primer lugar, no se necesita la ecuación exacta para comprobar que una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancia produce una órbita cónica; y en segundo lugar, Newton no comprobó, que una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancia produce una órbita equivalente a la sección de un cono, aunque pretendía hacerlo y pensaba haberlo hecho. Estas afirmaciones pueden sorprender al lector y requieren una explicación, que daré a continuación.

Con respecto a la primera afirmación, invito al lector que consulte los Apéndices I y II, al final de este libro, en cuyas secciones 5, 6 y 7, mediante el cálculo diferencial e integral, se deduce de la segunda ley de movimiento de Newton y de la ley gravitacional universal (ecuación 34), que la órbita del cuerpo menor en un sistema de dos cuerpos, *necesariamente* es una sección de un cono (ecuación 76), a saber un círculo, elipse, parábola o hipérbola (ecuaciones 77 a 80). Invito, además, al lector que use, en lugar de la ecuación exacta,[118] la aproximada, que está implícita en la obra de Newton,[119] y *verá que la prueba no se afecta en absoluto y sigue en pie incólume*. Da lo mismo usar K_S o usar GM. Basta, entonces, la ecuación aproximada, para comprobar que una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancia produce una órbita cónica.

Ahora bien, lo anterior no significa que Newton realmente haya llevado a cabo esta comprobación o deducción. Esta prueba implica ecuaciones diferenciales, cuya solución fue hallada después por Johann Bernoulli, en 1710, en una crítica a la obra de Newton, y la cual Newton no integró en la segunda edición de los *Principia* de 1713, aunque pretendía hacerlo. La principal crítica de Bernoulli y Hermann a la obra de Newton, fue precisamente que éste nunca comprobó que una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancia produce una órbita tipo sección cónica, aunque pretendía hacerlo.

En los proposiciones 11, 12 y 13 del libro 1 de su obra, Newton comprueba que *si un cuerpo, atraído por una fuerza centrípeta, sigue una órbita tipo sección de un cono* (una elipse, proposición 11; una hipérbola, proposición 12; o una parábola, proposición 13), *esta fuerza necesariamente es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el centro de la fuerza y el cuerpo atraído.* Y luego concluye Newton en el corolario 1: *"se sigue de las últimas tres proposiciones que si un cierto cuerpo parte del punto P con una velocidad cualquiera según la dirección de cierta línea recta PR y bajo la acción simultánea de una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancias de los lugares al centro, dicho cuerpo se moverá en alguna de las secciones cónicas que tenga su foco en el centro de fuerzas*."[120]

---

[118] A saber, $F = -(GMm/r^2)\hat{r}$
[119] A saber, $\overline{F} = -(K_S\, m)/r^2\hat{r}$
[120] Isaac Newton, *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural. 1. Introducción y Libro I.* Edición Eloy Rada García (1998): 201

Johann Bernoulli[121] y más recientemente también Herivel,[122] Weinstock[123] y Cohen[124] han señalado, correctamente, que esta conclusión de Newton es un *non sequitur.* Herivel dice que Newton no comprobó el asunto en detalle, lo que es cierto, pero deja abierta la posibilidad de que Newton haya aludido a la solución en general. Una crítica más tajante es la de Weinstock, quien afirma que es un *"mito"* que Newton haya comprobado que una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia necesariamente produce una órbita cónica.[125] El argumento de Weinstock no es matemático, sino de lógica elemental. Hay que tomar en cuenta que el estilo enredoso y confuso de Newton oculta la lógica o falta de lógica por él empleada, razón por la cual hemos de analizar las cosas con un poco más de detalle.

Supongamos que existen dos fenómenos, P y Q, y que Q es la causa de P $(Q \rightarrow P)$. Por lógica, si se comprueba que P siempre tiene como causa a Q, la observación de P implica la existencia de Q $(\exists P \Rightarrow \exists Q)$. Pero, esto de ninguna manera implica, que Q únicamente produzca a P $\{(\exists P \Rightarrow \exists Q) \not\Rightarrow (\exists Q \Rightarrow \exists P)\}$. El hecho de que se comprueba que determinado efecto P siempre tiene su origen en determinada causa Q, no significa que esta causa no pueda producir otro efecto, digamos R $(Q \rightarrow P \not\Rightarrow Q \not\rightarrow R)$. Aclaro esto con unos ejemplos. El hecho de que el nacimiento de un nuevo ser humano siempre tiene su origen en las relaciones sexuales de un hombre y una mujer (exceptuando los casos de una fecundación fuera del útero o una inseminación artificial o clonación), no significa que las relaciones sexuales entre un hombre y una mujer siempre conduzcan al nacimiento de un nuevo ser humano. Otro ejemplo: en el juego con dos dados, la observación de la configuración de los números 3 y 4, permite concluir que hubo un evento en donde se tiraron dos dados; pero, el evento de tirar dos dados no siempre produce la configuración 3 y 4, que ocurre, en realidad, en una de 36 jugadas en promedio.

En nuestro caso, P es una órbita de una partícula representada por un corte de un cono (el efecto) y Q es una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Lo que Newton comprobó es $(Q \rightarrow P) \Rightarrow (\exists P \Rightarrow \exists Q)$, es decir, si encontramos una órbita en la forma de una sección cónica, deducimos correctamente que esta órbita es generada por una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Pero, esto no implica necesariamente que una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia necesariamente y siempre produzca una órbita con esta forma, dado que en teoría podría darse el caso de que Q también produzca otro tipo de órbita, R, y en tal evento la observación de Q no conlleva la de P sino la de R, es decir, $(Q \rightarrow R) \not\Rightarrow (\exists Q \Rightarrow \exists P)$.

Newton recapacitó y adicionó el corolario 1, pero como ha señalado Weinstock, las dos frases que Newton añadió a modo de corrección no comprueban que una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia necesariamente y siempre produzca una órbita con esta forma, en

[121] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 217-233

[122] John Herivel, *The Background of Newton's Principia* (1965)

[123] Robert Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics,* vol. 50 (1982): 610-617

[124] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Mathematica* (2008)

[125] Robert Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics,* vol. 50 (1982): 610, 614

absoluto, sino únicamente comprueban que *"**en el caso de que** la órbita producida por una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia **sea** una sección cónica, entonces, esta órbita cónica queda determinada por estas condiciones iniciales"*.[126] A finales de los 1710s, Newton, en defensa suya, hizo referencia también a las proposiciones 17 y 41 del libro 1 de su obra.[127] En la proposición 17 se da una variante de lo ya dicho en las proposiciones 11 a 13, a saber, "***en el caso de que** la órbita producida por una fuerza centrípeta **sea** una órbita cónica, entonces la fuerza centrípeta es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia*," es decir, otra vez afirma que una órbita en la forma de una sección cónica es producida por una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, pero no comprueba que Q siempre produce P. Obviamente, como dice Weinstock, *"la noción de que 'todo P implica Q', implica que '(por lo menos) algunos Q producen P',"*[128] pero, esto no impide que, lógicamente, Q pudiera producir también R (una órbita no cónica). Según Guicciardini, el hecho de que está comprobado de que toda órbita cónica es producida por una fuerza centrípeta inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, implica que este tipo de fuerza en una proporción no determinada de casos produce una órbita cónica (exactamente tantos casos como existen P's), pero *"esto no quiere decir que las órbitas cónicas sean órbitas **necesarias**."*[129]

En la proposición 41, Newton presenta un método geométrico general para obtener, dadas las condiciones iniciales, *cualquier* órbita (cónica o no) a partir de *cualquier* fuerza centrípeta y, en el corolario 3 de la proposición 41, da el ejemplo de una órbita que resulta de una fuerza inversamente proporcional al *cubo* de la distancia. En 1710, Johann Bernoulli primero tradujo la geometría de la proposición 41 en términos de cálculo diferencial e integral, y acto seguido añadió la prueba requerida, que Newton nunca dio, a saber, evaluó la integral requerida para comprobar que una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia produce ***necesariamente*** una órbita cónica.[130] Para terminar este análisis, reproduzco la conclusión de Weinstock: *"Hay una ironía dolorosa en el hecho de que el libro [los* Principia] *fue escrito... como respuesta de Newton a la exhortación de Halley, quien creyó, equivocadamente, que Newton realmente había producido una prueba de que una fuerza central inversamente proporcional al cuadrado de la distancia implica una órbita tipo sección cónica con su foco en el centro atrayente."*[131]

En el extenso comentario de Bernard Cohen, el experto a nivel mundial que mejor conoce la obra de Newton, sobre los *Principia Mathematica* de Newton, la siguiente perla se encuentra un poco perdida en un mar de detalles y la quiero resaltar. Cohen dice lo mismo que los otros críticos antes mencionados, a saber, que Newton comprobó que una órbita cónica implica la existencia de

[126] Robert Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics,* vol. 50 (1982): 611
[127] Citado en Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for* Natural Philosophy (2003): 232
[128] Robert Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics*, vol. 50 (1982): 613
[129] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 232, mis negrillas
[130] Véanse Guicciardini y Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics,* vol. 50 (1982):
[131] Robert Weinstock, "Dismantling a centuries-old myth: Newton's *Principia* and inverse-square orbits", en: *American Journal of Physics*, vol. 50 (1982): 614

una fuerza gravitacional (centrípeta) como su causa, pero no comprobó, que la fuerza gravitacional siempre produce una órbta cónica.

> *"Parece asombroso que un teorema básico del libro 3, a saber, que una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia implica una órbita en la forma de un corte de cono, se encuentre enterrado en una posición menor como un corolario que viene después de una proposición sobre órbitas parabólicas. Aún más asombroso es que este corolario originalmente fue presentado sin prueba alguna y después con solamente una sugerencia de prueba en una manera que ha sido cuestionada por mucho críticos desde Newton hasta nuestros días."* [132]

Sección 7. Antecedentes e implicaciones de la ley de gravitación universal

En la sección anterior vimos que en la obra de Newton se encuentra implícita una *aproximación* a la ley gravitacional universal. ¿No se puede deducir la ley gravitacional universal *exacta*? Westfall,[133] Guicciardini[134] y Lozano[135] afirman que la ley gravitacional universal se puede 'deducir' de la ley del movimiento circular uniforme de Huygens y la tercera ley de Kepler. La tercera ley de Kepler se cita varias veces en la obra de Newton. La ley del movimiento circular uniforme fue descubierta y publicada por Huygens (1629-1695), físico y astrónomo holandés. Según Brackenridge y Nauenberg, Newton la descubrió *"en forma independiente,"*[136], pero no dan pruebas de esta afirmación. Es un hecho que encontramos la ley de Huygens *en forma verbal e indirecta* en la obra de Newton, en la proposición IV, teorema IV del libro I. El lector a quien le interesa encontrará en el siguiente cuadro matemático cómo la ley gravitacional universal exacta (para un sistema de dos cuerpos) está implícita en estas leyes.

Cuadro matemático 7.1 La ley de gravitación universal está implícita en las leyes de Huygens, Kepler y Newton

Por definición, un objeto que gira con velocidad constante alrededor del centro de un círculo con radio r y órbita $2\pi r$, en un período T tiene una velocidad circular uniforme y constante de:

$$(14)\quad v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

Según la segunda ley de Newton (véase arriba):(2) $\overline{F} = m\,a$

Según Huygens y Newton, la "*aceleración requerida para producir ... [el] movimiento circular uniforme es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad tangencial e inversamente proporcional al radio del círculo,*"[137] de modo que:

[132] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Mathematica* (2008): 187
[133] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 171
[134] Richard Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (1984): 402
[135] Así me lo explicó el Dr. Lozano de la UNAM, conocedor de Newton, en una entrevista privada del 24 de octubre de 2006, unos meses antes de morir.
[136] Bruce Brackenridge & Michael Nauenberg, "Curvature in Newton's Dynamics," en: Bernard Cohen & George Smith, *The Cambridge Companion to Newton* (2002): 89
[137] Bruce Brackenridge & Michael Nauenberg, "Curvature in Newton's Dynamics,"en: Bernard Cohen & George Smith, *The Cambridge Companion to Newton* (2002): 89-90

(15) $a = \dfrac{v^2}{r}$

Combinando (14), (2) y (15), obtenemos:

(16) $F = m\dfrac{v^2}{r} = m\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$

Según la tercera ley de Kepler (la aproximada, basada en observaciones del sistema Solar, en donde K_S es una constante relacionada con la masa del Sol):

(17) $r^3 = K_S T^2 \Rightarrow \dfrac{1}{T^2} = \dfrac{K_S}{r^3}$

Combinando (16) y (17), obtenemos la fuerza centrípeta con que el Sol atrae gravitacionalmente a un planeta con masa m:

(18) $F_{S\to P} = \dfrac{m4\pi^2 K_S}{r^2}$

Análogamente (fijando una constante K_P relacionada con la masa del planeta) la fuerza gravitacional con que el planeta atrae al Sol que tiene una masa M es:

(19) $F_{P\to S} = \dfrac{M4\pi^2 K_P}{r^2}$

Por la tercera ley de Newton, obtenemos la constante gravitacional G:

(20) $F_{S\to P} = \dfrac{m4\pi^2 K_S}{r^2} = -\left(F_{P\to S} = \dfrac{M4\pi^2 K_P}{r^2}\right) \Rightarrow$

(21) $-\dfrac{4\pi^2 K_P}{m} = +\dfrac{4\pi^2 K_S}{M} = G \Rightarrow 4\pi^2 K_S = GM$

Sustituyendo (21) en (18), obtenemos:

(22) $F_{S\to P} = \dfrac{GMm}{r^2}$, *quod erat demostrandum*

Lo anterior comprueba que la ley gravitacional universal está implícita en las cuatro leyes mencionadas, a saber, la ley del movimiento circular uniforme de Huygens; la tercera ley aproximada de Kepler; y la segunda y tercera leyes de movimiento de Newton, pero con esto no se afirma que la ley gravitacional universal se deduce lógicamente de estas leyes. En el orden lógico, es al revés: de la segunda ley de movimiento y de la ley gravitacional universal se deduce la tercera ley exacta de Kepler, como se comprueba en el Apéndice II.[138]

---

[138] $P^2 = \dfrac{4\pi^2}{G(M+m)} a^3$

Esta ecuación exacta es útil, entre otras cosas, porque permite estimar la constante K y, si conocemos el valor de la constante G y el período de revolución P y el eje semi-mayor a de la órbita elíptica de un cuerpo pequeño con masa m que gira alrededor de un cuerpo celestial grande, podemos calcular su masa M. Por ejemplo, si consideramos que la masa de Io, una luna de Júpiter, es insignificante ($m \cong 0$) en comparación con la masa M de Júpiter, y conociendo el semi-eje mayor de su órbita elíptica,[139] el período de revolución de Io[140] y la constante gravitacional G,[141] obtenemos la masa de Júpiter, a saber, $M_{JUPITER} \cong 1.8994 * 10^{30}\ g$.[142] Dado que la masa de la Tierra es $m = 5.974 * 10^{27} g$, se sigue que la masa de Júpiter es aproximadamente 318 veces la masa de la Tierra.

El cálculo que acabamos de realizar, *no se encuentra así en la obra de Newton*. No solamente no calcula el valor de la constante gravitacional, sino que *no la identifica como tal*. Tanto Kepler como Newton trabajaban con una constante K.[143] Conociendo el período P y el semieje mayor a o radio r (cuando la excentricidad es mínima) de las órbitas de los cuerpos menores que giran alrededor de un cuerpo mayor, se deduce a partir de la tercera ley aproximada de Kepler, el valor de esta constante K y, comparando los diferentes valores de K para diferentes cuerpos mayores, Newton calculó, en libro III, proposición VIII, corolarios 1 y 2, la masa *relativa* de Júpiter, Saturno y la Tierra, comparada con la del Sol.

> *"De este modo, a partir de los tiempos periódicos de Venus en torno al Sol ..., del satélite exterior de Júpiter alrededor de Júpiter ..., del satélite de Huygens en torno a Saturno ... y de la Luna en torno a la Tierra ..., comparados con la distancia media de Venus al Sol y ... del satélite exterior de Júpiter respecto al centro de éste ...., del satélite de Huygens del centro de Saturno ... y de la Luna al centro de la Tierra ..., haciendo un cálculo hallé ... la cantidad de materia en cada planeta. Pues las cantidades de materia en los planetas son como sus fuerzas [gravitacionales] a iguales distancias de sus centros, esto es, en el Sol, Júpiter, Saturno y la Tierra como* $1, \frac{1}{1067}, \frac{1}{3021}\ y\ \frac{1}{169282}$ *respectivamente."*[144]

Claro está que, si conocemos los valores *exactos* de la constante gravitacional G y de la masa del cuerpo mayor M, *por separado,* y del semi-eje mayor y período del cuerpo menor, y si usamos la ecuación *exacta* de la tercera ley de Kepler, hay diferentes maneras de calcular la masa m de los

---

[139] $a = 4.22 * 10^{10}\ cm$

[140] $P = 1.77\ dias = 1.53 * 10^5\ s$

[141] $G = 6.67259 * 10^{-8}\ \frac{dina\ cm^2}{gr^2}$; $1\ dina = \frac{gr\ m}{s^2} = 10^{-3} newton$; y $1\ newton = \frac{kg\ m}{s^2}$

[142] (20) $M \cong \frac{4\pi^2 a^3}{P^2 G} = \frac{(39.4784176)(75.151448 * 10^{30})}{(2.3409 * 10^{10})(6.67259 * 10^{-8})} = 1.8994 * 10^{30}\ g$

[143] Que definimos como $K_S = \frac{GM}{4\pi^2}$, en donde M es la masa del cuerpo mayor en un sistema de 2 cuerpos.

[144] Isaac Newton, Principios Matemáticos de la Filosofía Natural. 2. Libros II y III, edición de Eloy Rada García (2002): 637-638

cuerpos menores. A fines del siglo XVIII, Cavendish usó la ley gravitacional universal.[145] También podemos usar la tercera ley exacta de Kepler.[146]

Si comparamos estas masas relativas con las dadas por Newton, podemos apreciar en qué grado admirable éste acertó para Júpiter y Saturno. Sus cálculos en este caso son "*razonablemente correctos*"[147] comparados con los valores empíricos hoy conocidos.

Tabla. Masa de júpiter, saturno y la tierra relativa al sol

Cuerpo celeste	Peso en kilos	Masa relativa[148]	Estimación de Newton[149]
Sol	$1.989*10^{30}$ *kg*	1 *masa Sol*	1
Júpiter	$1.90*10^{27}$ *kg*	1 / 1047	1 / 1067
Saturno	$5.69*10^{26}$ *kg*	1 / 3498	1 / 3021
Tierra	$5.974*10^{24}$ *kg*	1 / 332,946	1 / 169,282

Sin embargo, Newton sobreestimó la masa de la Tierra. La sobre-estimación de masa relativa de la Tierra, equivocada en un 100%, se debe a la sobre-estimación en un 10% del paralax, a la que Newton dio el valor de 10''30'''. El mismo Newton era consciente que pequeños errores en la estimación del paralax conducirían a grandes errores en la estimación de la masa relativa de la Tierra,[150] pero con los medios disponibles en aquel entonces, no pudo acertar.

Como ya se dijo, Newton evitaba el uso de ecuaciones algebraicas con símbolos que representan fenómenos físicos y prefirió representar sus tres leyes de movimiento y las tres leyes de Kepler en forma verbal. Tampoco usó en su obra el cálculo diferencial o 'fluxional', aunque varias obras de divulgación afirman esto. Algunos autores han concluido, después de leer su obra maestra, que Newton *"no da evidencia de ser capaz de construir ecuaciones diferenciales de movimiento para sistemas mecánicos,"*[151] y que *"no sabía cómo resolver problemas por medio de la integración de ecuaciones diferenciales."*[152] Guicciardini refuta las afirmaciones de ambos autores, los cuales, basándose solamente en la obra maestra de Newton, subestimaron su capacidad de resolver los problemas en ella analizados en términos de cálculo fluxional.[153]. A raíz del conflicto con Leibniz, Newton publicó

[145] $m = F\,r^2 / GM$

[146] porque de (19) se deduce que (22) $m = \dfrac{4\pi^2 a^3}{GP^2} - M$

[147] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Principia Mathematica* (2008): 214

[148] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Principia Mathematica* (2008): 215

[149] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Principia Mathematica* (2008): 215

[150] Bernard Cohen, *A Guide to Newton's Principia Mathematica* (2008): 212, 214

[151] Clifford Truesdell (1960) Citado en Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 108

[152] Pierre Costabell (1967) Citado en Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 108

[153] Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 108-112, 205-247

algunos ensayos matemáticos, a saber, *De quadratura,* en 1704, y *De analysi*, en 1711, sin incluir en ellas, sin embargo, un análisis diferencial del movimiento de objetos sujetos a una fuerza centrípeta.[154]

El conocimiento que Newton tenía de este método matemático, no quita lo que Guicciardini ha llamado "la evitación de la cuadratura: Newton conocía la solución en términos de cálculo, [pero] prefirió publicarla en términos de geometría."155 La publicación de las obras matemáticas de Newton por la Universidad de Cambridge, de 1967 a 1981, en ocho volúmenes, comprueba tres cosas: en primer lugar, que Newton sí sabía de cálculo diferencial o 'fluxional'; en segundo lugar, que no lo usó en su obra maestra; y en tercer lugar, que él, al no publicar su hallazgo de un nuevo método matemático oportunamente, históricamente no contribuyó al desarrollo del cálculo diferencial e integral, ni 'tradujo' su obra en términos del cálculo diferencial e integral. Fueron otros quienes se encargaron de hacer ambas cosas, como veremos a continuación.

Los detalles de esta cuestión se pueden ver en Guicciardini y aquí me limito a una breve síntesis. Fueron otros los que tradujeron la confusa redacción y la enredosa geometría euclidiana de Newton en el lenguaje moderno de las derivadas e integrales. Veamos primero el caso de los británicos y luego los de Europa Continental. En Inglaterra, aparecieron muchos comentarios sobre la obra de Newton, algunos de los cuales intentaron aplicar el método de las fluxiones a algunas proposiciones de su obra. Un primer intento fue él de David Gregory, en un manuscrito titulado Notae in Newton Principia Matemática, elaborado de 1687 a 1708, del cual se publicaron algunas partes en 1702, bajo el título Astronomiae physicae & geometriae elementa. Otra aportación incompleta fue la de John Keill, en su Introductio ad veram physicam de 1702 y su Introductio ad veram Astronomiam de 1718. Otro intento, que resultó incorrecto, fueron los Praelectiones Physico-Mathematicae Cantabrigiae de William Whiston, de 1710. Las introducciones de James Milnes, Sectionum Conicarum Elementa de 1702, y de Charles Hayes, Treatise on Fluxions, de 1704, prepararon el terreno para Roger Cotes (1682-1716), quien en agosto de 1709, en una larga carta a Newton, demostró su capacidad para el análisis fluxional. La recomendación de Bentley y esta carta le merecieron recibir el encargo de editar la segunda edición de la obra de Newton, que apareció en 1713,156 pero sin usar el análisis fluxional, aunque con algunas adiciones y correcciones importantes que tomaron en cuenta dos críticas importantes de Johann Bernoulli, de 1710 y 1711.[157]. John Clarke's *Demonstration of some of the principal sections of Sir Isaac Newton's Principles of Natural Philosophy* de 1730 se limitó a explicar la geometría de Newton, sin echar mano del método de las fluxiones, y el comentario de George Peter Domcke, *Philosophiae Mathematicae Newtonianae*, también de 1730, lo usó solamente una vez.

Después de 1740 aparecieron en Gran Bretaña obras que explican como aplicar el método analítico de las fluxiones a problemas tratados en la obra de Newton, por ejemplo, *Treatise of*

[154] Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural* Philosophy (2003): 194

[155] Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural* Philosophy (2003): 196

[156] *Cambridge History of Science*, Roy Porter, ed., vol. 4, *Eighteenth-Century Science* (2003): 291; Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 184-186

[157] Niccoló Guicciardini *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 216-244

Fluxions, de Colin Maclaurin, de 1742; *Doctrine of Fluxions* de William Emerson, de 1743; y *Doctrine and Application of Fluxions* de Thomas Simpson de 1750. Después de 1750 los autores británicos por fin *"se convencieron que el apego dócil a los métodos geométricos de los* Principia *conducirían en última instancia a la esterilidad total,"*[158] y lo abandonaron definitivamente, por ejemplo Thomas Simpson, en *Miscellaneous Tracts*, de 1757, y John Landen, en *Animadversions*, de 1771.

El desarrollo del cálculo diferencial e integral y su aplicación a los problemas del movimiento no tuvo su auge en Gran Bretaña, sino en Europa Continental. En 1684, Gottfried Leibniz publicó su *Nova Methodus,* con las reglas básicas del cálculo diferencial, obra que quedó desapercibida, hasta que los hermanos Jacob y Johann Bernoulli, originarios de Holanda y residentes de Basel, Suiza, se dieron cuenta de su importancia. En 1696, el Marquis Guillaume de l'Hôpital pagó 300 libras a Johann Bernoulli para obtener el derecho de publicar el primer libro de texto sobre este nuevo método, titulado *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes.* Los hermanos Bernoulli y sus discípulos *"colonizaron las facultades de matemática en todo Europa"*, logrando que ellos mismos o sus discípulos las encabezaran.[159] El primero en analizar temas centrales de la obra maestra de Newton en los términos del cálculo diferencial e integral de Leibniz fue Pierre Varignon, en *Mémoires de l'Académie des Sciences*, de 1700, 1706, 1707 y 1710, culminando en *Éclaircissemens sur l'analyse des infiniment petits* de 1725. Iniciando una tradición propia de los franceses, Varignon fue respetuoso tanto de Newton y los ingleses, como de Leibniz y los alemanes y suizos. En *Phoronomia* de 1716, Jacob Hermann aplicó el nuevo método de Leibniz a problemas de cuerpos sólidos y fluidos, tratados por Newton en los dos primeros libros de los *Principia.*

Los hermanos Bernoulli y sus descendientes y discípulos, sobre todo Daniel Bernoulli (1700-1782) y Leonhard Euler (1707-1783), contribuyeron poderosamente a la difusión del nuevo método en todo el Continente. Euler fue el matemático más prolífero de todos los tiempos y profesor de matemáticas en St. Petersburgo, de 1733-1741 y 1766-1783. Los intentos de abordar los problemas mecánicos tratados por Newton, en términos de cálculo diferencial e integral culminaron en *Mecánica* de Leonhard Euler, de 1736. En esta obra, Euler empezó a sustituir los métodos geométricos usados por Galileo y Newton por el álgebra y cálculo diferencial e integral, tendencia llevada a su plenitud por Joseph Louis Lagrange (1736-1813), en cuya *Mecánica analítica*, de 1788, no se encuentra ni un solo diagrama geométrico, y por Pierre Simon Laplace (1749-1827), en cuya *Mecánica celestial* (cinco volúmenes, de 1799 a 1825), no se usan ni métodos geométricos, ni datos empíricos, ni se encuentran referencias a la obra de Newton.

La obra de Euler fue aprovechada ampliamente por los jesuitas Le Seur y Jacquier en su edición de los *Principia*, en Ginebra (vol. 1, 1739 & vol. 2, 1740), en donde por un lado aparece el texto de Newton y por otro lado un comentario, igualmente voluminoso, página por página, en términos de cálculo diferencial e integral. Esta edición conocida como la "*edición jesuita,*"[160] llegó

[158] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 193
[159] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 199
[160] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 248

a ser la edición "*estándar*"[161] y conoció varias re-ediciones en diferentes ciudades de Europa, a saber Colonia (1760), Praga (1780-85), Glasgow (1822 & 1833): "*Después de* Mecánica *de Euler, los lectores de los* Principia *acudían a los comentarios de Le Seur y Jacquier, a quienes preferían sobre el texto original de Newton. A mediados del siglo XVIII, el estilo en que Newton había escrito su obra pertenecía definitivamente al pasado*."[162] Es irónico que fueron los jesuitas, a quienes Newton no quería —por el apoyo que prestaban a Descartes y por 'papistas'—, quienes más contribuyeron a difundir su obra. La primera y única traducción francesa de la obra de Newton es de 1759, de Émilie le Tonnelier de Breteuil, marquise du Châtelet (1706-1749),[163] física-matemática francesa y amante de Voltaire, quien, además de traducir la obra, la sintetizó en términos de cálculo diferencial e integral y la acompañó de un comentario sumamente lúcido que contrasta con el estilo enredoso de Newton. Su traducción sirvió mucho a no pocos científicos franceses que no sabían latín ni inglés.

Independientemente de que estos matemáticos del Continente desarrollaron el cálculo diferencial e integral, algunos de ellos hicieron también progresos notables en la astronomía. Christian Huygens (1629-1695), físico y astrónomo holandés, diseñó con la ayuda de su hermano y del filósofo Spinoza, una mejor técnica para pulir la lente de un telescopio y con este telescopio mejorado descubrió, en 1656, la Nébula de Orión (una nube de gas y polvo); Titán, una Luna de Saturno (que Newton conocía como el satélite de Huygens); el anillo de Saturno; y, en 1659, irregularidades en la superficie de Marte. Fue, además, el primer astrónomo en estimar la distancia de otras estrellas, a saber, Sirio, pero por suponer que la luminosidad absoluta de Sirio es igual a la del Sol (cuando en realidad es mucha mayor), la subestimó en un factor de veinte. Para poder expresar las observaciones con el telescopio en medidas cuantitativas de tiempo y espacio, diseñó en 1656 un reloj basado en la oscilación de un péndulo, que vino a sustituir el reloj de agua, y, en 1658, el micrómetro, que le permitía medir ángulos de algunos segundos de arco. Descubrió que no solamente el momento lineal[164], sino también la energía cinética de un cuerpo que gira alrededor de un centro atraído por una fuerza centrípeta es constante,[165] lo que conduce a la ley de Huygens sobre el movimiento circular uniforme y constante, que vimos anteriormente.

Euler empezó a trabajar en la teoría lunar que busca predecir exactamente los movimientos de la Luna. Dado que estamos hablando de un sistema de tres cuerpos —Sol, Tierra y Luna—, esto resultaba muy difícil. Quien logró resolver matemáticamente el problema de un sistema de tres cuerpos (por ejemplo, Sol, Tierra y Luna) fue Lagrange. Comprobó también matemáticamente que ciertos sistemas de tres cuerpos, en donde uno de los tres es muy pequeño, pueden constituir una configuración estable, en los ápices de un triángulo equilátero. Un siglo y medio después se descubrió que el Sol, Júpiter y ciertos asteroides constituyen en los hechos tal sistema, hoy conocido como "sistema troyano". Fue Laplace quien resolvió definitivamente el problema del movimiento de la

[161] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 248

[162] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 248-249

[163] Émilie le Tonnelier de Breteuil, marquise du Châtelet, *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* (1966), traducción de Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*

[164] $p = mv$

[165] $K = (1/2)\, mv^2$

Luna, que va más allá de un problema de un sistema de tres cuerpos, dada la infuencia gravitacional de otros planetas del sistema Solar. En 1787, Laplace comprobó también que la excentricidad de la órbita de la Tierra —de por sí muy pequeña— disminuye gradualmente por la influencia gravitacional de otros planetas, lo que a su vez genera una mínima aceleración del movimiento de la Luna, adicionalmente a lo que hasta entonces se había podido explicar.

En colaboración, Lagrange y Laplace lograron comprobar matemáticamente que la suma de las excentricidades de todas las órbitas planetarias es constante, siempre y cuando todos los planetas giren alrededor de una estrella, en la misma dirección, lo que es el caso de nuestro sistema solar. Lo mismo comprobaron con respecto a la suma de las inclinaciones de las órbitas con respecto al plano de la rotación del sistema solar entero. Estos cambios en excentricidad e inclinación, que mutuamente se neutralizan, son tan pequeños que el sistema solar seguirá como estructura estable mientras no haya influencias exógenos (por ejemplo, la intrusión de cuerpos masivos de fuera del Sistema Solar), ni endógenas (por ejemplo, una ruptura de los equilibrios internos del Sol por el agotamiento de su combustible). Laplace propuso la hipótesis de que nuestro sistema solar tuvo su origen en una nube de gas y polvo, la cual, en la medida que venía colapsándose, iba rotando cada vez más rápidamente alrededor de su centro, formándose allí el Sol, y los planetas alrededor de los nudos mayores de los anillos. Esta hipótesis ha sido corroborada y hoy se sabe que el origen de esta nube de gas y polvo fue una supernova, de modo que nuestro Sol es una estrella de segunda generación.

En el Apéndice II presento el sistema axiomático completo del núcleo de la mecánica y dinámica clásicas, en términos de cálculo diferencial e integral y aplicado a la cosmología. Este sistema fue desarrollado, paso por paso, por Galileo (1564-1642), Kepler (1571-1630), Huygens (1629-1695), Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), Johann Bernoulli (1667-1748), Daniel Bernoulli (1700-1782), la Marquise du Châtelet (1706-1749), Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813), Laplace (1749-1827) y otros. La segunda ley de movimiento de Newton y la ley gravitacional universal constituyen los dos axiomas físico-matemáticos básicos del sistema y de ellos y de las definiciones de una elipse, un vector unitario y coordenadas polares planas, se deducen la primera y tercera ley de movimiento de Newton; las tres leyes de Kepler; la ley de la constancia del momento lineal; las definiciones de energía cinética y energía gravitacional; las relaciones mutuas entre fuerza, energía y trabajo; y las leyes de la conservación del momento angular y de la energía total. Estoy hablando de un 'sistema axiomático' en el sentido que Popper da a este término,[166] en donde cada enunciado está lógicamente conectado con otro, porque todos se deducen, por medio de múltiples transformaciones matemáticas de la base axiomática del sistema teórico, de modo que si uno de estos enunciados es refutada por la evidencia empírica, todo el sistema cae.

Con respecto al axioma de la ley universal gravitacional, es necesario explicar el término r^2 en el denominador. ¿Por qué r^2 y no, por ejemplo r o r^3? Realmente, *el cuadrado* de la distancia no es un término arbitrario y se deduce del hecho que el espacio de nuestro Universo tiene *tres dimensiones*. En un espacio de tres dimensiones, la gravedad o la luz disminuye con el cuadrado de la distancia entre la fuente y el observador; en cambio, en un espacio de dos dimensiones, disminuye proporcionalmente a la distancia, como se puede entender fácilmente. Un espacio de tres dimensio-

[166] Véase la parte II, Metafísica, Sección 21

nes es como una esfera, en cuyo centro se encuentra la fuente que emite luz hacia el observador en la superficie, o que atrae gravitacionalmente a los objetos que se encuentran en la superficie de la misma. Sucede que una esfera de tres dimensiones tiene una superficie de dos dimensiones ($A = 4\pi r^2$). Si nos encontráramos en un Universo de dos dimensiones, en cuyo centro se encuentra la fuente gravitacional o luminosa, la fuerza gravitacional o energía luminosa sería proporcional a la inversa de la distancia, porque la circunferencia mide ($S = 2\pi r$). En general, en un Universo de N dimensiones, la disminución de la gravedad o de la luz es proporcional a $\frac{1}{r^{N-1}}$. Este hecho tiene consecuencias para la estabilidad de la estructura del Universo, revelado por Ehrenfest. Ehrenfest comprueba que solamente en un Universo con un espacio de tres dimensiones pueden existir órbitas estables de planetas alrededor de una estrella. Reproduzco esta prueba de Ehrenfest, traduciendo sus ecuaciones en un forma moderna, en un apéndice. [167]

Un ejemplo, entre otros muchos, del poder de estos dos axiomas, es la explicación del hallazgo de Galileo que, en un vacío, dos objetos con diferentes masas sufren *la misma aceleración* y caen en el mismo instante sobre la Tierra.

CUADRO MATEMÁTICO 7.2 DOS OBJETOS CON DIFERENTES MASAS SUFREN LA MISMA ACELERACIÓN

Supongamos que la masa de la Tierra es M y la de los dos objetos $\boldsymbol{m_1}$ y $\boldsymbol{m_2}$. La aceleración $\boldsymbol{a_1}$ del objeto con masa $\boldsymbol{m_1}$ es la siguiente:

$$(23)\quad a_1 = \frac{\overline{F}}{m_1} = \frac{-GMm_1/r^2}{m_1} = \frac{-GM}{r^2}$$

De manera análoga encontramos la aceleración $\boldsymbol{a_2}$ del objeto con masa $\boldsymbol{m_2}$:

$$(24)\quad a_2 = \frac{\overline{F}}{m_2} = \frac{-GMm_2/r^2}{m_2} = \frac{-GM}{r^2}$$

La masa $\boldsymbol{m}$ que está en el numerador de ambas ecuaciones es equivalente a la masa $\boldsymbol{m}$ que está en el denominador. En realidad, se trata de *dos conceptos diferentes de masa con el mismo valor*. La masa en el numerador, de la ley de gravitación universal, es la *masa gravitacional* y la masa en el denominador, de la segunda ley de movimiento de Newton, es la *masa inercial*. El *principio de equivalencia* establece que masa gravitacional y masa inercial son equivalentes, como dijo Einstein: *"la masa gravitatoria y la masa inercial de un cuerpo son iguales."*[168] Dado el principio de equivalencia, la masa gravitacional y la masa inercial se neutralizan y de eso se deriva, *"la propiedad fundamental que posee el campo gravitatorio de comunicar a todos los cuerpos la misma aceleración."*[169]

[167] Véase el Apéndice III
[168] Albert Einstein, *Sobre la teoría de la relatividad especial y general* (2000): 63. Véase también Roger Penrose, *The Road To Reality* (2005): 390-394
[169] Albert Einstein, *Sobre la teoría de la relatividad especial y general* (2000): 65

Hemos visto que *las aceleraciones de dos objetos con diferentes masas en un mismo campo gravitacional son iguales*. Ahora veremos que *las aceleraciones de dos objetos con la misma masa en dos campos gravitacionales diferentes son desiguales y proporcionales a los respectivos campos.* Al comprobar esto, refutamos, de paso, el enunciado newtoniano sobre un Universo estático.

El teólogo Richard Bentley, si bien era de la tribu nominado por Halley como *Philosophers without Mathematicks*, supo hacer preguntas que hacían pensar a Newton. En una serie de cartas de 1692, Bentley le formuló un problema que Newton no supo resolver en términos de la física.[170] Si todas las estrellas del Universo se atraen mutuamente, ¿por qué no caen todas hacia su centro, causando un colapso? Intentando contestar la pregunta, Newton conjeturó que todos los objetos del infinito Universo son más o menos similares —según el principio de la homogeneidad— y están distribuidos en forma más o menos uniforme y equidistante —según el principio de la isotropía— y dado que el Universo, según Newton, era espacialmente infinito, la atracción gravitacional de un objeto es cancelada por la atracción gravitacional de otro, lo que es un *no sequitur*, una conclusión falsa. Aún en el caso de que el Universo fuera espacialmente infinito —cosa que en realidad no es—, el enunciado sería falso. Bastaría que el lector volteara la página de este libro, para generar una irregularidad en el campo gravitacional universal, para iniciar el colapso del Universo sobre si mismo. Es más, *el Universo infinito colapsaría sobre sí mismo en la misma cantidad de tiempo que un Universo finito con la misma densidad de masa*. La solución de Newton, sobre el equilibrio gravitacional de un Universo estático, se puede refutar con .... ¡la ley universal gravitacional de Newton! El lector interesado lo podrá corroborar en el siguiente cuadro matemático.

CUADRO MATEMÁTICO 7.3 La tesis newtoniana del universo estable se refuta con su ley de gravitación universal

Supongamos que existen dos Universos en forma de esfera, el Universo U_1 con radio R_1 y el Universo U_2 con radio R_2 dos veces más grande que el del radio R_1 de U_1, de modo que $R_2 = 2R_1$. Dado que el volumen de una esfera es $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, el volumen y también la masa del Universo U_2 ha de ser ocho veces el volumen y la masa del Universo U_1:

(25) $M_2 = 8M_1$ y

(26) $V_2 = 8V_1$

Supongamos que en la periferia de cada Universo se encuentra un objeto Q con masa m. En el Universo U_1, la fuerza gravitacional $\overline{F_1}$ con que Q es atraído hacia el centro y la aceleración a_1 que sufre Q al caer hacia el centro del Universo U_1 son, respectivamente:

(27) $F_1 = \dfrac{-GM_1m}{R_1^2}$

(28) $a_1 = \dfrac{\overline{F_1}}{m} = \dfrac{-GM_1m}{mR_1^2} = \dfrac{-GM_1}{R_1^2}$

[170] Niccoló Guicciardini, *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy* (2003): 176

Ahora bien, en el caso del Universo U_2, las cosas se ven así:

$$(29)\quad \overline{F}_2 = \frac{-GM_2 m}{R_2^2} = \frac{-8GM_1 m}{4R_1^2}$$

$$(30)\quad a_2 = \frac{\overline{F}_2}{m} = \frac{-8GM_1}{4R_1^2} = \frac{-2GM_1}{R_1^2}$$

Por lo tanto:

$$(31)\quad a_2 = 2a_1$$

Si la aceleración de Q en el Universo U_2 es dos veces la aceleración de Q en el Universo U_1, en todo momento, la velocidad de Q en el Universo U_2 es dos veces mayor que su velocidad en Universo U_1, de modo que, *viajando a una velocidad dos veces mayor para recorrer una distancia también dos veces mayor*, el objeto Q llega exactamente en la misma cantidad de tiempo, de la periferia al centro en ambos Universos. Si postuláramos otro Universo U_3, dos veces mayor que U_2, el razonamiento sería igual, a saber, el objeto Q llegaría exactamente en la misma cantidad de tiempo de la periferia al centro como en el Universo U_1 y el Universo U_2, y así sucesivamente, aunque el límite de R tienda al infinito. Una distribución infinita de materia que está bajo la influencia de la gravedad newtoniana, también colapsaría. Dado que una distribución infinita de materia puede concebirse como el límite de una esfera cuyo radio incrementa hasta el infinito, se sigue que una distribución de materia que tiende a infinita, colapsa en la misma cantidad de tiempo que cualquier esfera finita.[171]

La historia del descubrimiento del hecho que nuestro Universo es dinámico y no estático, se relata más adelante.[172]

[171] Véase Alan Guth, *The Inflationary Universe* (1998): 295-297

[172] En la Sección 13.